

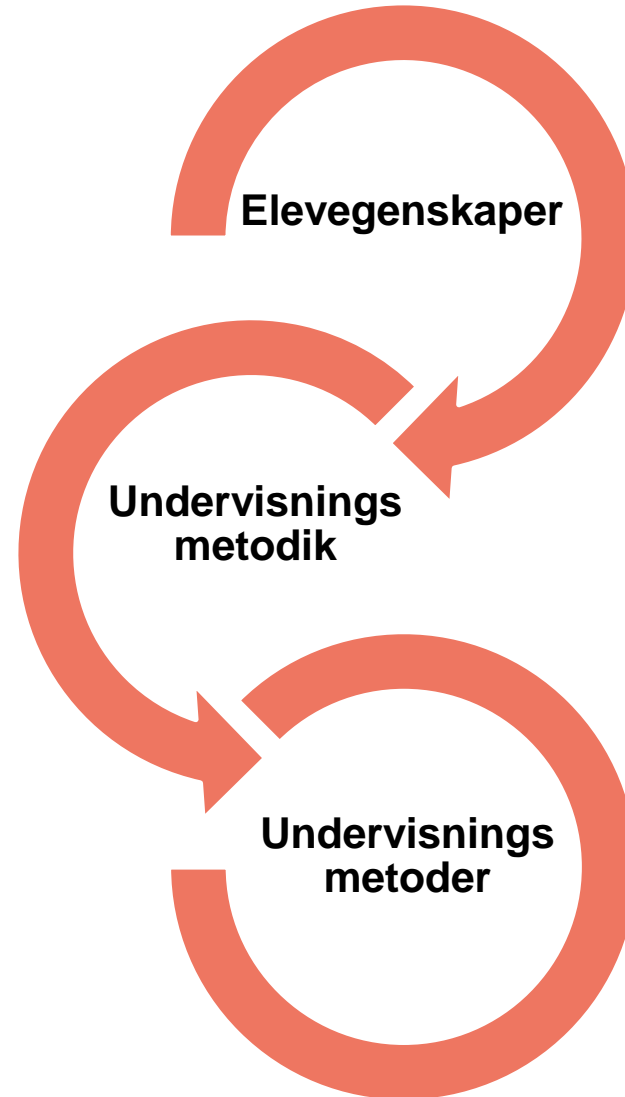
Stödja elever i årskurs 1 med svårigheter i matematik

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Co-funded by the
European Union

Stödundervisningskurser för elever i årskurs 1 med svårigheter i matematik





Elevegenskaper

Svårigheter för elever i årskurs 1: Exempel

- Det går långsamt att räkna kvantiteter
- Svårigheter att räkna kvantiteter baserat på grupperingar (t.ex. 2-2)
- Det går långsamt att skriva siffror
- Svårigheter att skriva siffror korrekt
- Svårigheter att känna igen den symboliska form som representerar en given mängd
- Svårigheter att minnas resultatet av additioner och subtraktioner upp till 10 (t.ex. $5 + 3$, $10 - 8$).

Svårigheter för elever i årskurs 1: Exempel

- Svårigheter att återskapa tillvägagångssätt eller regler
- Långsam hastighet och/eller misstag vid utförande av enkla beräkningar på grund av beroendet av att räkna mängder (t.ex. om eleven försöker hitta summan av $5 + 3$ genom att räkna högt från 1 till 8)
- Svårigheter att minnas matematiskt ordförråd (t.ex. orden addition, subtraktion, summa, differens)

Svårigheter för elever i årskurs 1: Exempel

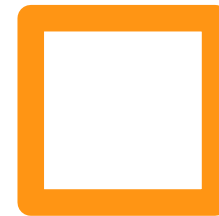
- Svårigheter att förstå enkla textbaserade problem (t.ex. de missar ett steg i processen, blir distraherade från målet)
- Svårigheter att tolka och konstruera representationer
- Svårigheter att genomföra procedurer som involverar flera steg.



Undervisningsme todik

Undervisningsmetodik

- Tre nivåer av representation
- Tydliga lärandemål
- Exempel från vardagen
- Flera exempel
- Ställa frågor
- Matematiska verktyg och teknik
- Matematisk terminologi
- Systematisk repetition
- Reflexion
- Bedömning



Tre nivåer av representation

1. Konkret – använd tredimensionella föremål för att illustrera matematiska situationer


Använd klossar för att hitta de talpar som blir 5 tillsammans.

Gröna klossar		Röda klossar		
	+		=	5
	+		=	5
	+		=	5
	+		=	5
	+		=	5
	+		=	5

2. Bilder – använd bilder och diagram

5. Find the number pairs to 5.

Example:



4 and 1 is a number pair to 5

+ =

3. Abstrakt – använd matematiska symboler

8. Complete the mathematical sentences. You can use **cubes** to find the answer.

Example:

+ 4 = 5

+ 3 = 5 4 = 0 +

1 + 2 = 5 = + 1

Tydligt lärandemål (1)

- Läromaterialet definierar tydligt konceptet, tillvägagångssättet och det aktuella lärandemålet.

Lektioner...

Begrepp: Tal och mängder 1-5

Tillvägagångssätt: Räkna mängder 1-5

Mål: Eleverna räknar mängder med talen 1-5.

1. How many in each group?

Count!

How many?

1, 2, ...

4

Tydliga lärandemål

1. Describe each pattern.



Lektion 1, 2, ...

Koncept: Mönster

Process: Visuell mönsterigenkänning

Mål: Eleverna ska känna igen visuella mönster.

2. Look at the pattern carefully and color the last shape.



Lektioner...

Koncept: Mönster

Tillvägagångssätt: Fortsätta visuella mönster

Mål: Eleverna ska fortsätta på visuella mönster.

Exempel från vardagen

- Det matematiska konceptet och tillvägagångssättet presenteras genom **exempel från vardagen** och en miljö som är bekant för eleven så att matematiken blir meningsfull.



How many children playing with the sand?

How many children are playing with other games?

How many are all the children?

$$\square + \square = \square$$

Lektioner...

Begrepp: Problem kopplade till additiva strukturer

Tillvägagångssätt: Representation av problem som bygger på additiva strukturer med matematiska avsiktsförklaringar

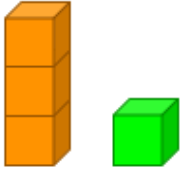
Mål: Eleverna ska skriva matematiska additionsuttryck baserade på en bild eller text

Flera exempel


- **Flera exempel** presenteras och sedan ombeds eleverna att tillämpa tillvägagångssättet.
- Tid ges för att konsolidera och praktisera den nya kunskapen.

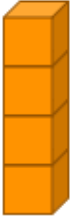
1. Find the number pairs to 4.

Examples:




3 and 1 is a number pair to 4

$$\boxed{3} + \boxed{1} = \boxed{4}$$


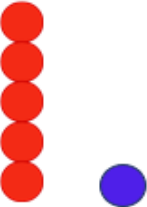


4 and 0 is a number pair to 4


$$\boxed{4} + \boxed{0} = \boxed{4}$$


9. Find the number pairs to 6.

Example:



5 and 1 is a number pair to 6

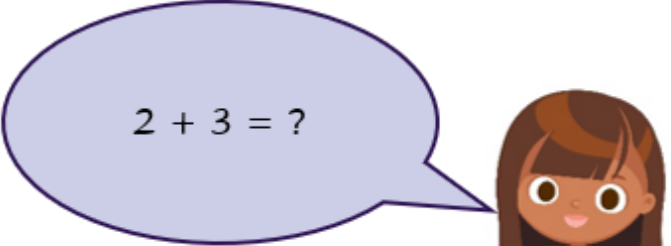
$$\boxed{5} + \boxed{1} = \boxed{6}$$


Ställa frågor

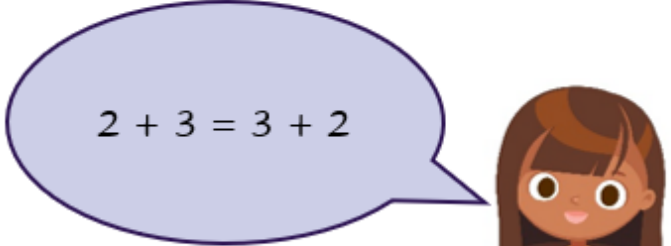
Användbara frågor ("scaffolding") presenteras för att vägled eleverna att förstå tillvägagångssätten.

- ✓ Varför skrev flickan $2 + 3 = 3 + 2$?
- ✓ Tänkte hon rätt?
- ✓ Skulle det vara till hjälp att räkna ut $3 + 2$ i stället för $2 + 3$?
- ✓ Varför började hon räkna från 3?
- ✓ Tycker du att hon gjorde rätt?

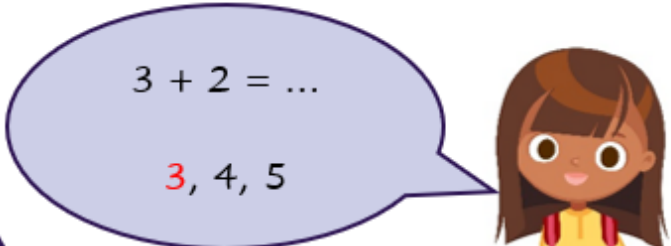
Count on!



$2 + 3 = ?$



$2 + 3 = 3 + 2$



$3 + 2 = \dots$
3, 4, 5

Matematiska verktyg och teknik

Det tryckta läromaterialet kompletteras med:

- ✓ användningen av **föremål** eller **matematiska verktyg** för att illustrera grundläggande koncept och processer.
- ✓ användande av **tekniska verktyg**, som erbjuds för att introducera koncept och presentera tillvägagångssätt eller metoder.



3. Complete the missing numbers. You can use **cubes** to find the answer.

Examples:

4

2 2

3

1 2

4

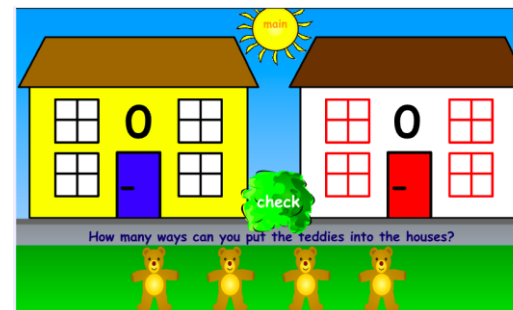
3

1

0

3

3



<https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=WaystoMake>

Lektioner...

Koncept: Uppdelning av talet 4

Tillvägagångssätt: Analys och syntes av talet 4

Mål: Eleverna analyserar och sätter ihop talet 4 på alla möjliga sätt.

Matematisk terminologi

- Läromaterialet kompletteras med visuella hjälpmedel som presenterar **den matematiska terminologi** som är kopplad till de grundläggande begreppen och processerna.
- Viktig matematisk terminologi (grundläggande matematisk vokabulär) presenteras i bildmaterialet som sätts upp på klassrummets tavla och används som referens under undervisningen och bedömningen.

Mönster



Addition

$$3 + 1 = 4$$

Plus





Sum

ma

Systematisk repetition

- Systematisk repetition av termer, begrepp och tillvägagångssätt är avgörande.
- Använd exempelvis 10 minuter till att öva på inlärd begrepp/tillvägagångssätt i början av varje lektion.
- Träna med hjälp av spel (t.ex. domino, bingo, tärningar).

$4 + 3$	$4 - 3$
$7 + 1$	$7 - 1$
$4 + 2$	$8 - 6$

<p>Använd</p>  <p>för att nå fram till resultatet</p>	<p>Använd</p>  <p>för att nå fram till resultatet</p>
<p>Använd</p>  <p>för att nå fram till resultatet</p>	<p>Ge eleverna ett matematiskt problem som kan lösas med detta matematiska uttryck.</p>
<p>Använd</p>  <p>för att nå fram till resultatet</p>	<p>Gör en plan för att nå fram till resultatet.</p>

Reflexion

- Eleverna uppmanas att beskriva sitt lektionsmål och reflektera i slutet av varje lektion över vad de har lärt sig.
- De uppmanas att "tänka högt". Detta tvingar dem att arbeta i en långsammare takt och förfina sin process.
- De uppmanas att ställa frågor och diskutera sina misstag.
- Eleverna uppmanas att arbeta i par och diskutera sitt arbete med varandra.



Bedömning

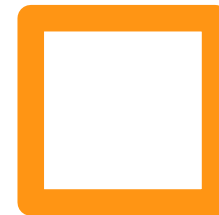
- Det är viktigt att göra systematiska, kontinuerliga, små, **formativa bedömningar** som är kopplade till specifika lärandemål.
- Beroende på resultatet av den formativa bedömningen kan innehållet i de efterföljande lektionerna justeras.



Undervisningsme toder

Undervisningsmetoder för följande ämnen

- Mönster
- Taluppfattning
- Addition och subtraktion
- Problemlösning
- Sätta samman och dela upp tal
- Strategier för addition och subtraktion



Mönster

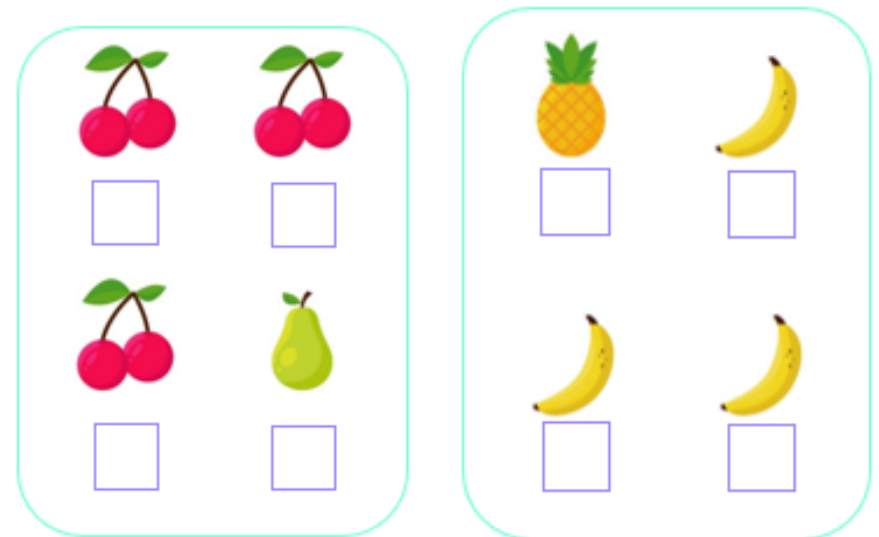
Mönster

1. Hitta skillnader
2. Hitta likheter
3. Gruppera föremål
4. Känna igen mönster
5. Fortsätta mönster
6. Hitta regeln
7. Konstruera mönster

Hitta skillnader

- Först presenterar vi grupper av föremål där ett av föremålen skiljer sig från de andra. Alla föremålen tillhör samma kategori (t.ex. frukter).
- Sedan presenterar vi grupper av föremål där ett av föremålen har en egenskap som skiljer sig från de andra (t.ex. färg). T.ex. 3 blå klossar och 1 röd kloss
- Vi ställer frågor som:
 - ”Vilken kloss har en annan färg?”

1. Tick (✓) the one that is different in each group.



Hitta likheter

- Vi presenterar små grupper bestående av olika föremål, varav några delar en egenskap

T.ex. samma färg, samma form, samma storlek.

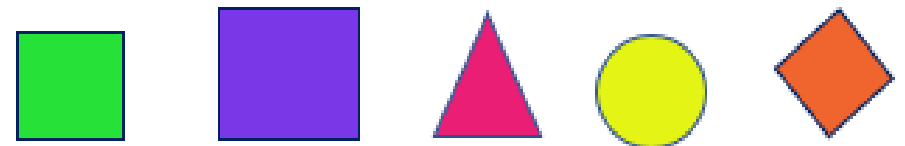
- Vi ställer frågor som:

- **”Vilka föremål har samma färg?”**
- **”Vilka föremål har samma form?”**
- **”Vilka föremål har samma storlek?”**

Circle the objects that have the same color.



Circle the objects that have the same shape.



Gruppera föremål (1)

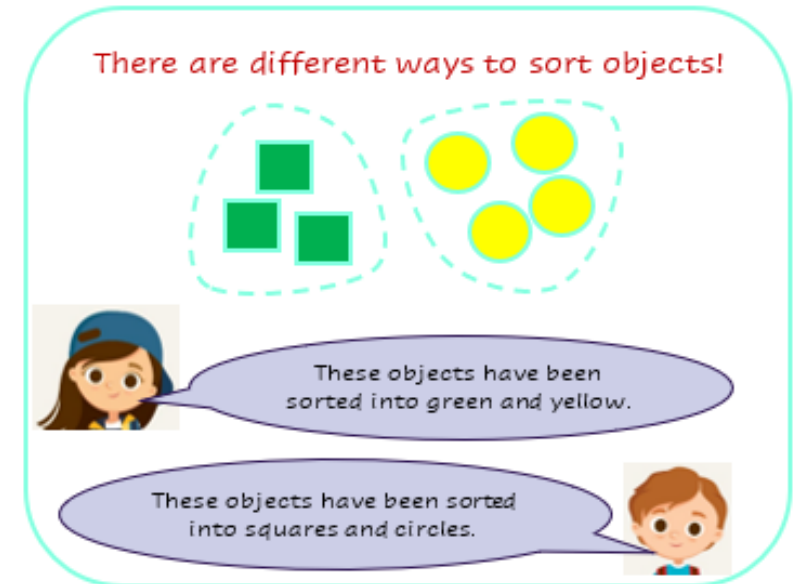
- Vi visar eleverna små grupper av föremål som tillhör samma kategori och kan grupperas efter färg, form eller storlek.

T.ex. gröna fyrkanter och röda cirklar

- Eleverna delar upp föremålen i grupper genom att välja ett kriterium för gruppering.

- Vi ställer frågor som:

- ”Hur kan formerna grupperas?”
- ”Kan de delas upp i gröna och röda?”
- ”Kan de delas upp efter färg?”
- ”Kan de delas upp i cirklar och fyrkanter?”



Tell how the objects can be grouped.



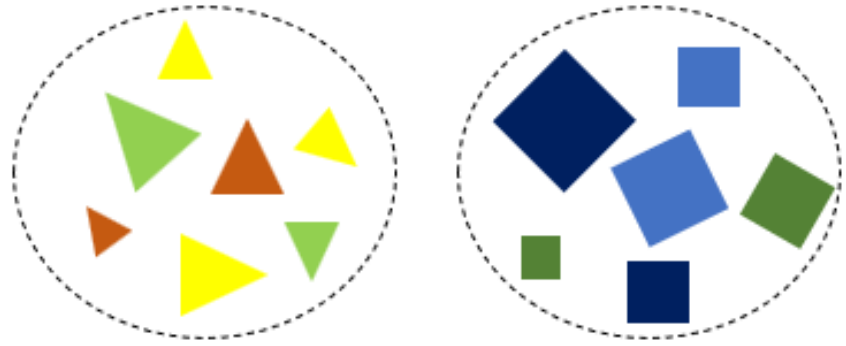
Gruppera föremål (2)

- Vi visar eleverna små grupper av föremål som har en gemensam egenskap: samma färg, form eller storlek. Eleverna uppmanas att hitta den gemensamma nämnaren.

T.ex. trianglar av olika storlek och form

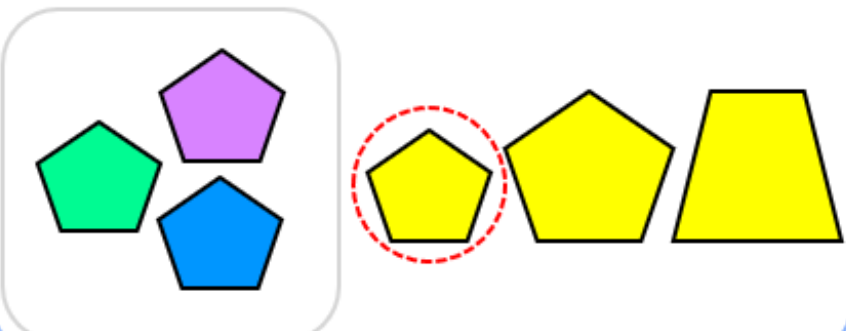
- Vi ställer frågor som:
 - ”På vilket sätt har föremålen delats upp?”
 - ”Vad har formerna i den här gruppen gemensamt?...Vilken form hör till denna grupp?”

6. Explain in what way the objects have been grouped.



8. Circle the shape that belongs to the group.

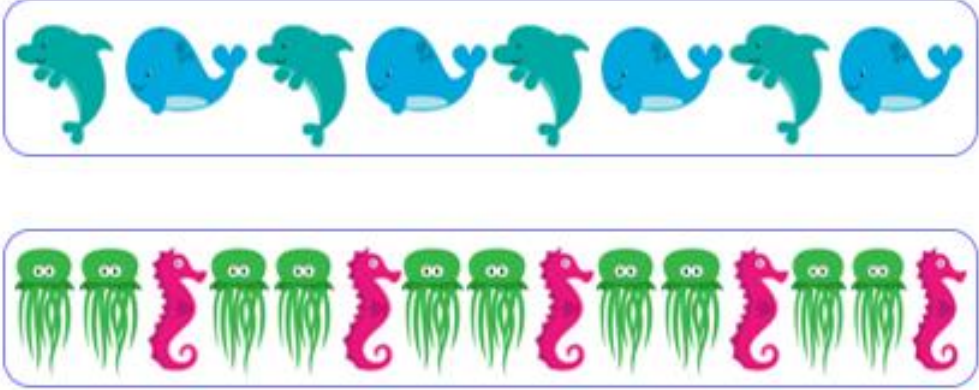
Example:



Känna igen mönster

- Först visar vi upprepande mönster bestående av två termer (AB) och eleverna uppmanas att beskriva mönstret och känna igen upprepningen av termerna.
- Sedan introducerar vi återkommande mönster med olika strukturer, t.ex. ABC, AAB.

1. Describe each pattern.



The image shows two rows of repeating patterns of sea creatures. The top row contains a sequence of eight icons: a blue dolphin, a blue whale, a blue dolphin, a blue whale, a blue dolphin, a blue whale, a blue dolphin, and a blue whale. This represents an AB pattern. The bottom row contains a sequence of sixteen icons: four green jellyfish, one pink seahorse, four green jellyfish, one pink seahorse, four green jellyfish, one pink seahorse, four green jellyfish, and one pink seahorse. This represents an AAB pattern.

Fortsätta mönster

➤ Eleverna uppmanas att ”läsa” mönstret och hitta de nästföljande termerna (fortsätta på det). Vi ställer frågor som:

- **”Här finns en delfin (vi visar den första termen), en val, en delfin etc. Kan du fortsätta?”**
- **”Lägger du märke till något särskilt med mönstret?”**
- **”Vilken färg skulle nästa hjärta i mönstret ha?”**



Hitta regeln

- Vi introducerar mönstren AAB, BBA, ABB, BAA, ABC

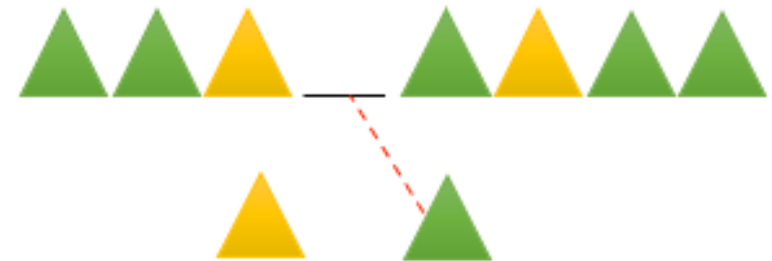
T.ex. gul-gul-blå, röd-blå-blå,
gul-blå-röd

- Vi ställer frågor som:

- ”Vad är regeln för mönstret?”
- ”Vilken färg skulle borde nästa triangel ha?”

4. Draw a line to place the correct shape in the pattern.

Example:



Konstruera mönster


- Slutligen ger vi eleverna möjlighet att konstruera sina egna mönster.
 - ”Hur skapar du mönstret? ... Du börjar med blått, sedan rött, rött, blått ... Vilken färg tror du kommer sen?”
 - ”Vad är regeln för mönstret som du har konstruerat?”

5. Color the shapes in any way you want to create your own patterns.



Taluppfattning

Taluppfattning

1. Räkna upp till 10 med föremål
 2. Räkna upp till 10 med bilder
 3. Taluppfattning upp till 10
 4. Representation av tal upp till 10
 5. Skriva tal upp till 10
 6. Sortera – Jämföra siffror
- 

Räkna tal upp till 10 med föremål

- Vi börjar med små tal (först 1–5 och sedan 6–10).
- Vi presenterar olika grupper av föremål så att eleverna inser att det finns en 1-till-1-överensstämmelse, det vill säga att vi bara räknar varje föremål en gång.
- Vi associerar hela tiden räkneprocessen med frågan: **”Hur många?”**
- Efter att ha presenterat flera exempel uppmanar vi eleverna att lista olika grupper av föremål på samma sätt.
- Vi uppmuntrar eleverna att beskriva sitt tänkande med hjälp av fullständiga meningar:
”En, två, tre, fyra... Det finns fyra kartonger.”



1

2

3

4



1

2

3

4

5

Räkna upp till 10 med bilder

- Vi presenterar bilder med olika grupper av föremål för eleverna.
- Vi uppmanar eleverna att räkna dem genom att beskriva deras tänkande med hjälp av hela meningar:

”En, två, tre ... Det finns tre borstar.”

1. How many in each group?



Count!

How many?



1, 2, ...



4



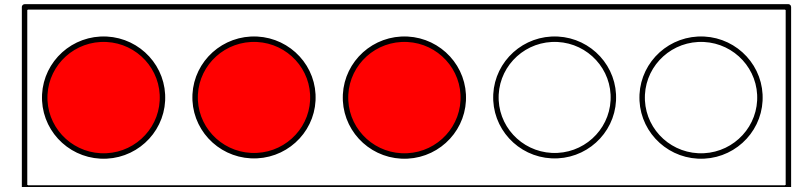
Taluppfattning upp till 10 (1)

- Vi börjar med små tal (först 1–5 och sedan 6–10).
- För att koppla ihop orden med en mängd och siffrans form visar vi:
 - *Distinkta föremål*
 - *Form med 5 (för tal upp till 5) respektive 10 prickar (för tal upp till 10)*
 - *Kort med siffrornas former*
- Vi räknar de distinkta föremålen, fyller i lika många prickar som antalet föremål och väljer kortet med den passande siffran.

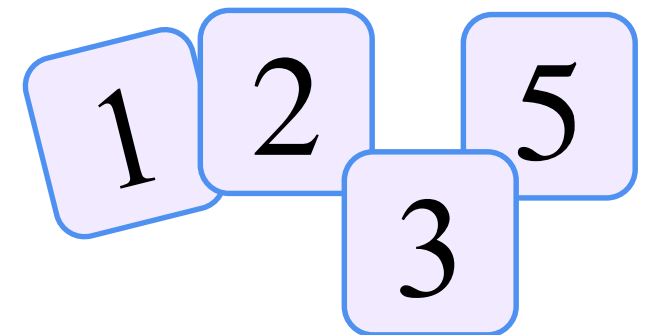
Riktiga material



Bilder



Siffror




Taluppfattning upp till 10 (2)


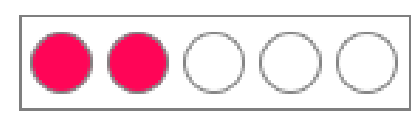
- Vi visar flera representationer såsom:
 - *Bilder med diskreta föremål*
 - *Form med 5 (för tal upp till 5) respektive 10 prickar (för tal upp till 10)*
 - *Siffror i symbolisk form*

- Vi räknar de distinkta föremålen, fyller i lika många prickar som antalet föremål och väljer den passande symbolen.

2. How many in each group?




Example:


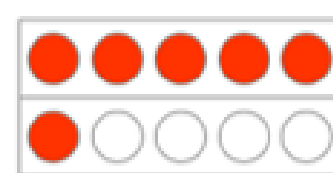
1 2 3 4 5

The number 2 is circled in red, and the number 1 is underlined in blue.

2. How many in each group?



Example:

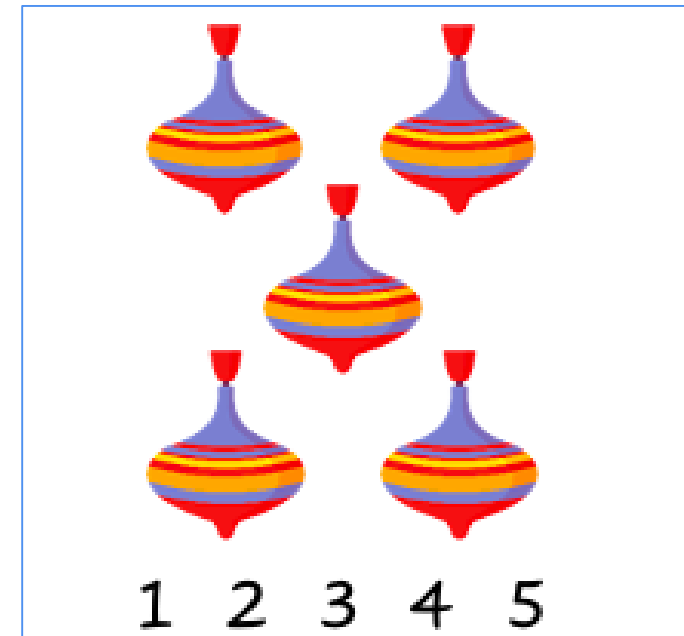
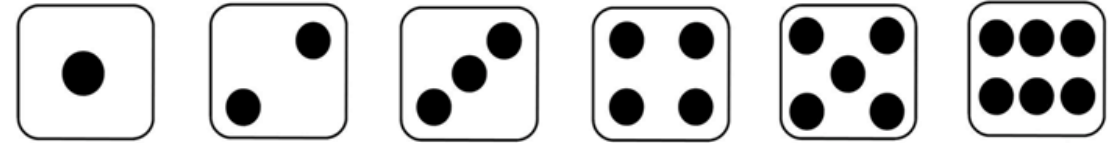



6 7 8 9 10

The number 6 is circled in red.

Taluppfattning upp till 10 (3)

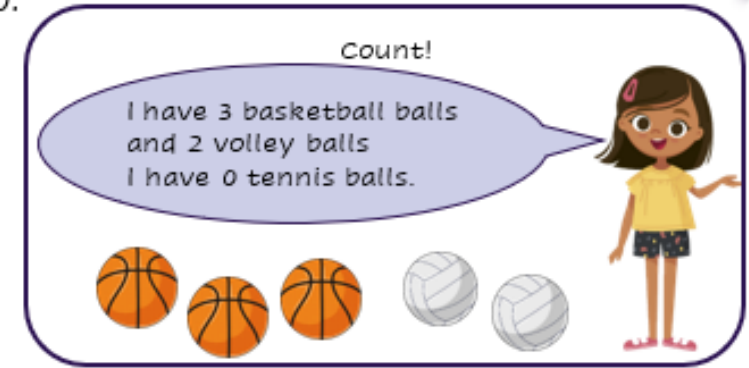
- Vi visar bilder för eleverna där diskreta föremål är organiserade på ett sätt som representerar talets struktur. På så sätt uppmuntras eleverna att subitiserar (undvik att räkna 1-1)
- Tärningar eller dominobrickor kan användas.
- Vi ställer frågor som:
 - *”Går det att säga hur många det är utan att räkna?”*



Taluppfattning upp till 10 (4)

- Vi visar grupper av föremål som tillhör samma kategori (t.ex. olika bollar, olika blommor)
- Vi ställer frågor som:
 - ”Hur många tennisbollar finns det?”
 - ”Hur många basketbollar finns det?”
 - ”Hur många volleybollar finns det?”
 - ”Hur många är alla bollar tillsammans?”

10.

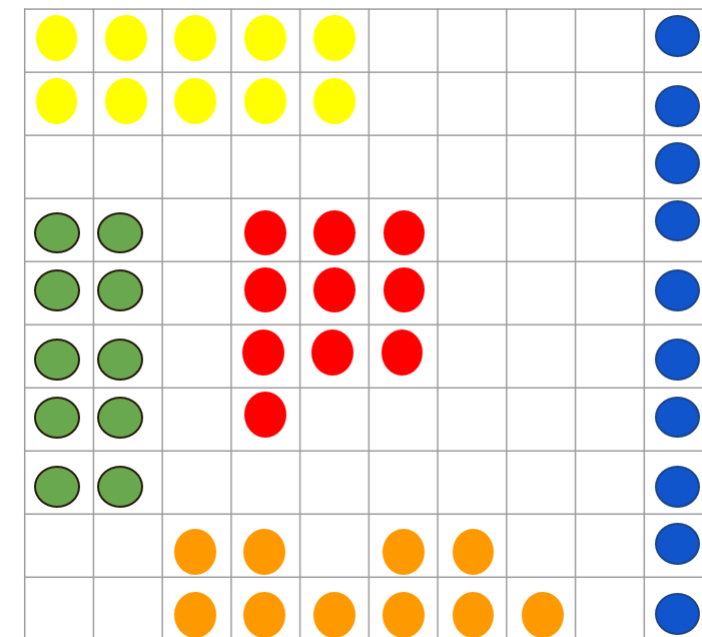
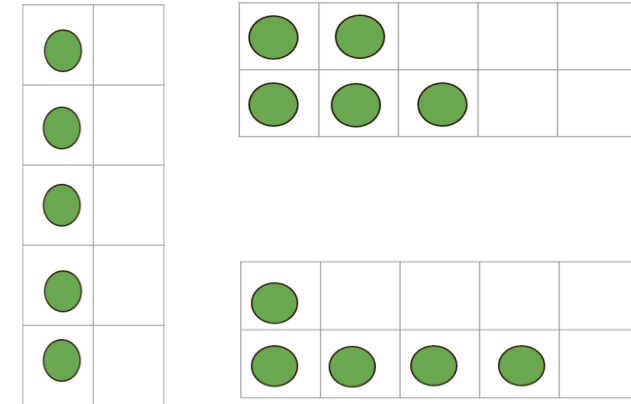


Circle the correct number of **tennis** balls.

<p><u>0</u> 1 2 3 4 5</p>	<p><u>0</u> 1 2 3 4 5</p>
<p><u>0</u> 1 2 3 4 5</p>	<p><u>0</u> 1 2 3 4 5</p>

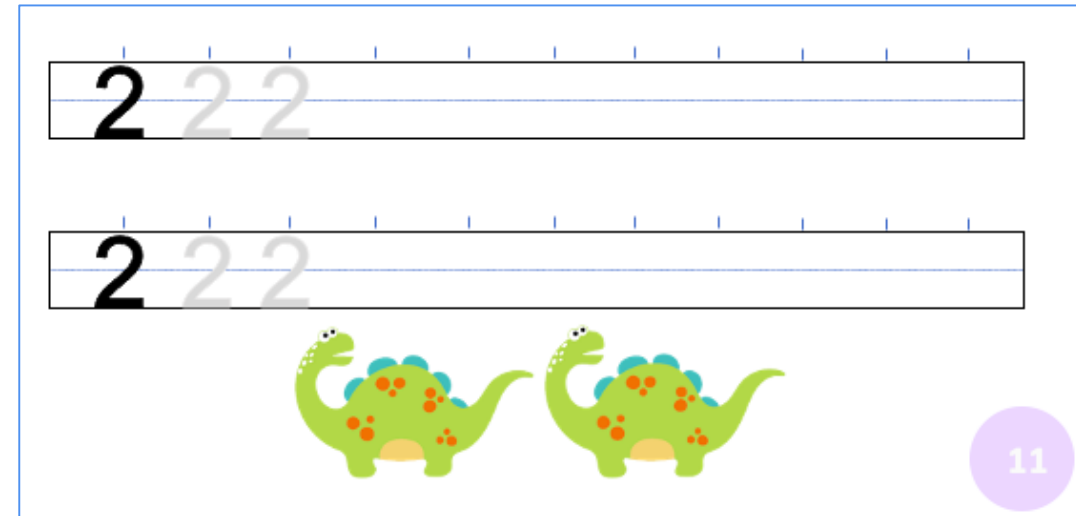
Representation av tal upp till 10

- Representation av tal hjälper eleverna att utveckla flyt och flexibilitet vad gäller talens struktur.
- Introduktion till addition
- Vi ställer frågor som:
 - ”På vilka sätt kan du rita 5 prickar?”
 - ”På vilka sätt kan du rita 10 prickar?”



Skriva tal upp till 10

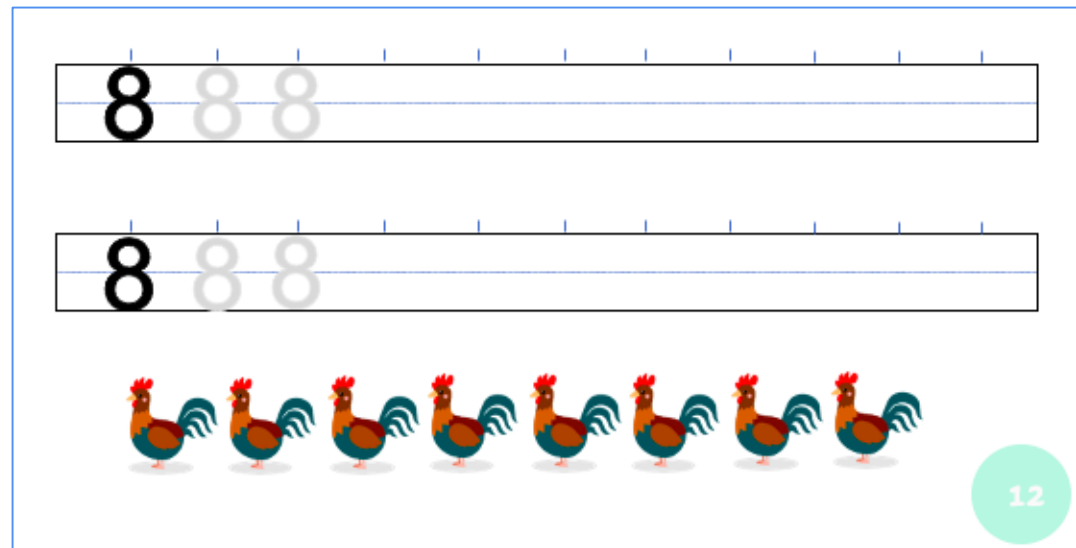
- Vi ger barnen tid att öva med strukturerade skrivövningar.
- Vi visar representationer av talet i symbolisk form och i bildform för att ge symbolen mening.



2 2 2

2 2 2

11



8 8 8

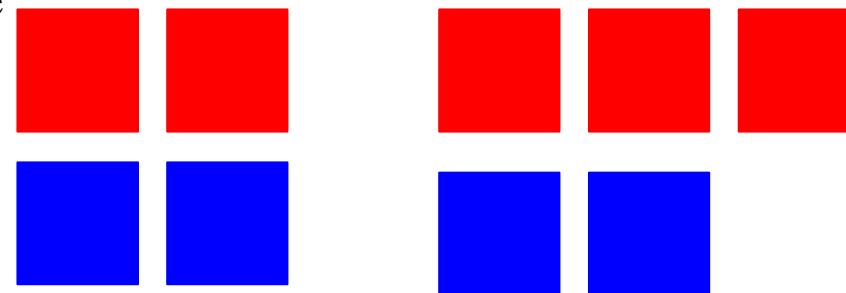
8 8 8

12

Sortera och jämföra tal (1)

- Att matcha två uppsättningar föremål 1-1 hjälper eleverna att jämföra de två kvantiteterna för att avgöra om de är lika eller inte

T.ex: kontrollera om det finns lika många röda fyrkanter som blå



- Distinkta föremål
- Föremål i ordning
- Vi ställer frågor som:

- ”Finns det lika många röda fyrkanter som blå kuber?”
- ”Finns det en röd fyrkant för varje blå fyrkant?”
- ”Finns det lika många suddgummin som pennor?”
- ”Finns det en penna för varje suddgummi?”



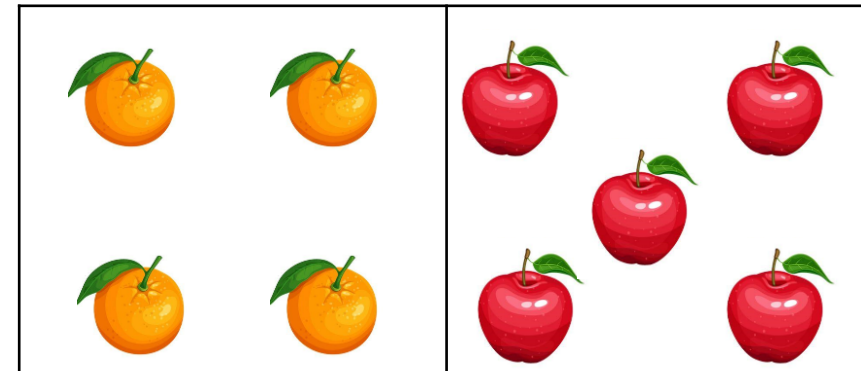
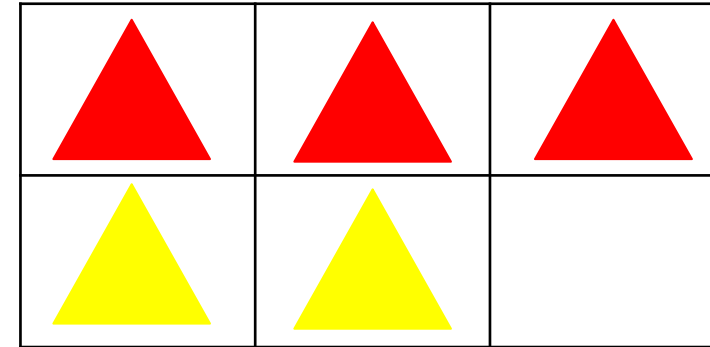
Klassificering och jämförelse av tal

- Matchning 1-1
- Flera representationer
- Användning av rutnät
- Vi ställer frågor som:
 - ”Finns det lika många drakar som barn?”
 - ”Finns det en drake för varje barn?”
 - ”Finns det lika många paraplyer som barn?”
 - ”Finns det ett paraply för varje barn?”



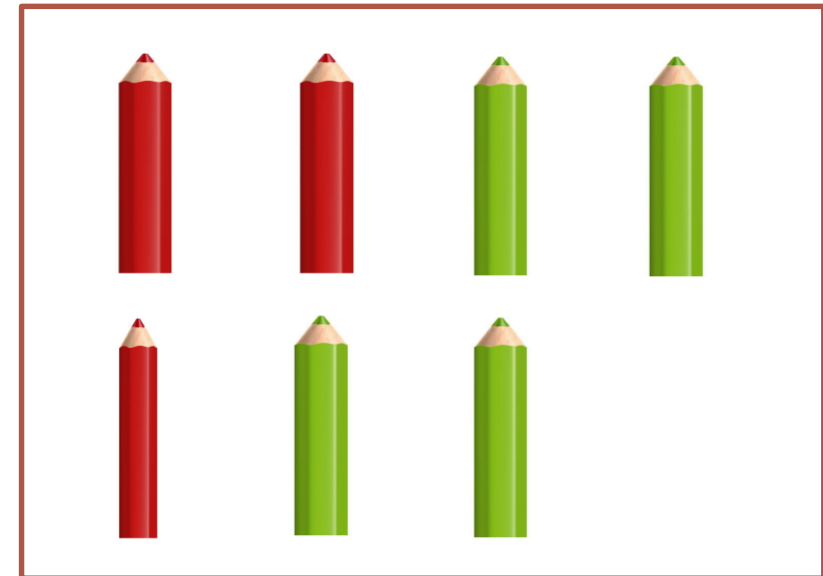
Klassificering och jämförelse av tal

- Eleverna jämför de två kvantiteterna och avgör vilken grupp som har flest eller minst föremål.
- Distinkta grupper
- Olika färgtyper
- Vi ställer frågor som:
 - ”Hur många röda trianglar finns det?”
 - ”Hur många gula trianglar finns det?”
 - ”Vilka trianglar är flest, de röda eller de gula?”



Klassificering och jämförelse av tal

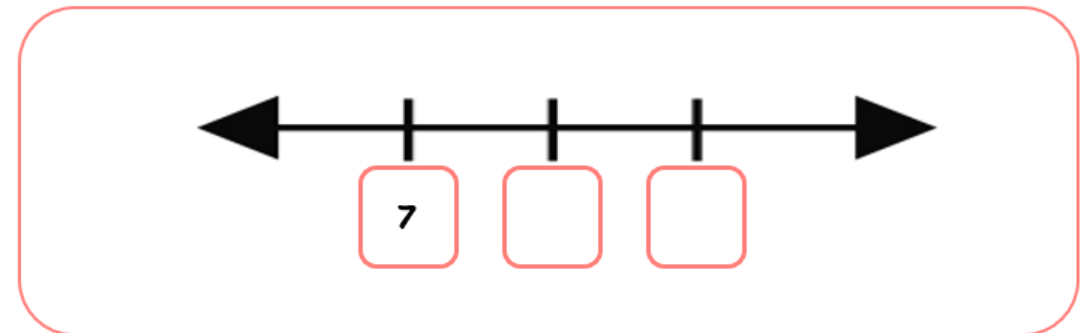
- Vi visar en grupp föremål som tillhör samma kategori (t.ex. frukter) för eleverna och ber dem avgöra vilken undergrupp som har flest eller minst föremål.
- Vi ställer frågor som:
 - **”Hur många röda pennor finns det?”**
 - **”Hur många gröna pennor finns det?”**
 - **”Är de röda pennorna fler än de gröna pennorna, eller är de lika många?”**



Klassificering och jämförelse av tal

- Eleverna jämför talen för att hitta det minsta eller det största.
- Skriv talen i rätt ordning.
- Använd en tallinje.

8. Write the missing numbers in the number lines.




Addition och subtraktion

Addition och subtraktion

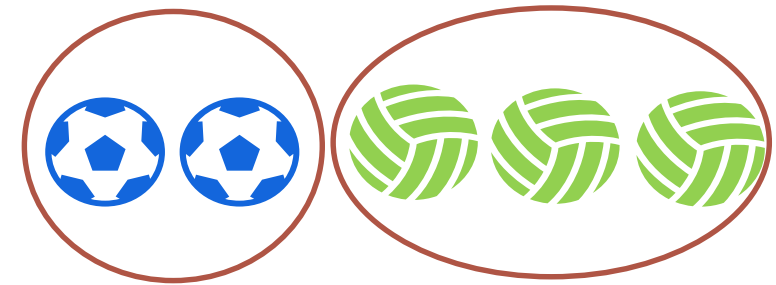
1. Addition
 2. Additionsberättelser – Aggregation
 3. Additionsberättelser – Augmentation

 4. Subtraktion
 5. Subtraktionsberättelser

 6. Addition och subtraktion
- 

Addition

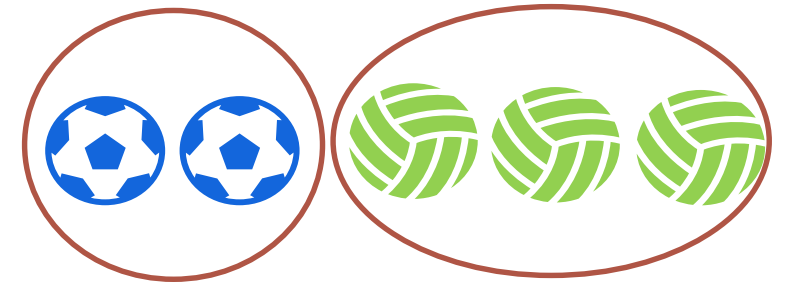
- Först introduceras eleverna till addition med hjälp av manipulativa material.
- De manipulativa materialen organiseras på ett sätt så att de två addenderna (de två delarna av helheten) visas separat (t.ex. i ringar) och därefter kan flyttas tillsammans.



$$\begin{array}{r} 2 + 3 \\ 3 + 2 \end{array}$$

Addition

- De två addenderna skrivs i symbolisk form utan att summan visas.
- Vi introducerar +-tecknet och namnger det som "plus". Samtidigt nämner vi ordet "addera".



- **"Det finns 2 fotbollar och 3 volleybollar."**
- **"Vi skriver detta som 2 plus 3, vilket betyder att jag adderar 2 och 3."**
- **"Tvåan representerar de två fotbollarna och trean de tre volleybollarna."**

$$\begin{array}{r} 2 + 3 \\ 3 + 2 \end{array}$$

Addition

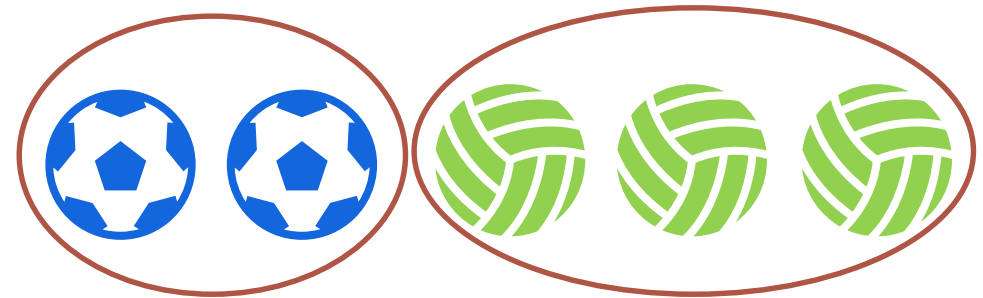
- Vi uppmanar eleverna att skriva matematiska additionsuttryck baserade på bilder som tydligt visar de två delar som ska läggas till.
- Vi ställer frågor som:
 - ”Hur många är guldfiskarna?”
 - ”Hur många är delfinerna?”
 - ”Hur många är alla fiskar?”

2. Write the missing numbers in each mathematical sentence.

$\square + \square = \square$

Addition

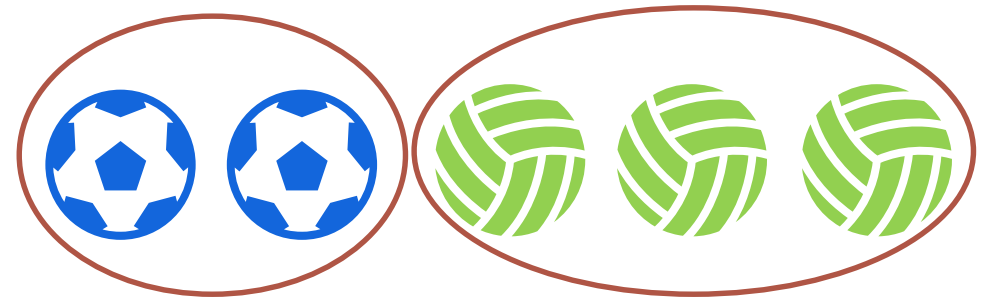
- Sedan introducerar vi =-tecknet och kallar det "lika med" för att visa likheten mellan helheten och summan av de två delarna.
- Först nämner vi helheten och noterar att det går att dela upp den i 2 delar.
 - **"5 är lika med 2 och 3" eller "5 är lika med 3 och 2"**



$$5 = 2 + 3$$
$$5 = 3 + 2$$

Addition

- Slutligen presenterar vi fyra olika matematiska meningar:
 - **”2 fotbollar och 3 volleybollar är lika med 5 bollar.”**
 - **”3 volleybollar och 2 fotbollar är lika med 5 bollar.”**
- Vi ger många exempel till eleverna och sedan visar vi dem föremål och bilder.
- Till slut ber vi eleverna att skriva fyra olika matematiska **additionsuttryck**.



$$5 = 2 + 3$$
$$5 = 3 + 2$$

Additionsberättelser: Aggregation

- Vi presenterar enkla berättelser, som gradvis översätts till matematiska additionsuttryck.
- Vi kombinerar bilder med korta frågor som ber eleverna att identifiera de mängder som ingår i en matematisk additionsmening.
- Till att börja med handlar berättelserna om grupperingssituationer.
- Vi ställer frågor som:
 - **”Hur många djur finns det utanför floden?”**
 - **”Hur många djur finns det i floden?”**
 - **”Hur många är alla djuren tillsammans?”**



$$1 + 4 = 5$$

Additionsberättelser – Augmentation

- Berättelserna innehåller situationer där en förändring sker.
- Vi betonar orden ”först”, ”sedan” och ”nu”.
- Vi ställer frågor som:
 - **Först:** ”Hur många barn var det på bussen först?”
 - **Sedan:** ”Hur många barn gick på bussen sedan?”
 - **Nu:** ”Hur många är alla barn tillsammans på bussen nu?”



Först



Sedan

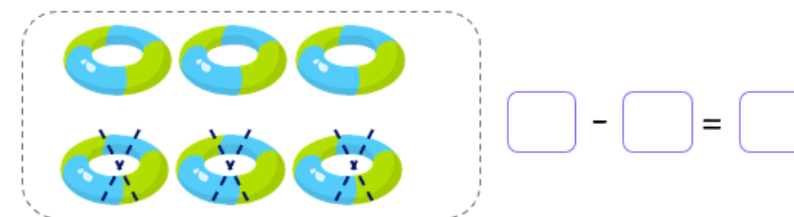


Nu

$$\boxed{1} + \boxed{2} = \boxed{3}$$

Subtraktion

- Sedan ber vi eleverna skriva subtraktionsuttryck utifrån bilder som tydligt visar minuenden och hur den minskas.
- Vi ställer frågor för att hjälpa eleverna att skriva det matematiska uttrycket med ord som ”först”, ”sedan” och ”nu”.
 - **Nu:** ”Hur många flytvästar fanns det först?”
 - **Sedan:** ”Hur många flytvästar förlorades sedan?”
 - **Nu:** ”Hur många flytvästar finns det kvar nu?”



Subtraktionsberättelser

- Vi presenterar enkla berättelser, som gradvis översätts till matematiska subtraktionsuttryck.
- Berättelserna handlar om situationer där en förändring sker.
- Vi betonar orden ”först”, ”sedan” och ”nu”.
- Vi ställer frågor som:
 - **Först:** ”Hur många äpplen fanns det på äppelträdet först?”
 - **Sedan:** ”Hur många äpplen plockade John sedan?”
 - **Nu:** Hur många äpplen finns det kvar nu?”

$$\boxed{6} - \boxed{4} = \boxed{2}$$



Först



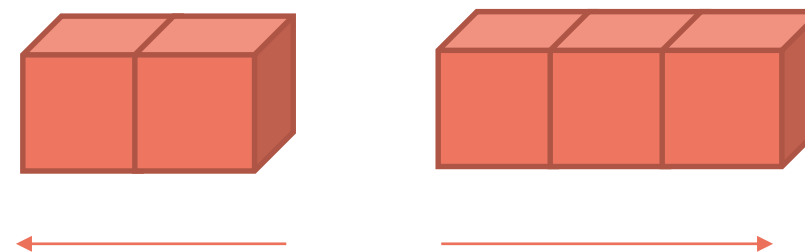
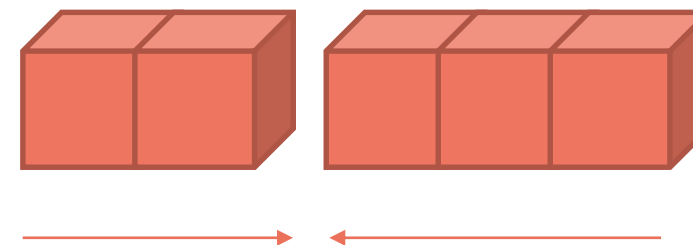
Sedan



Nu

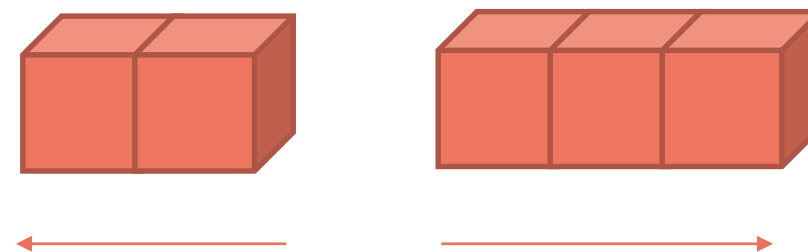
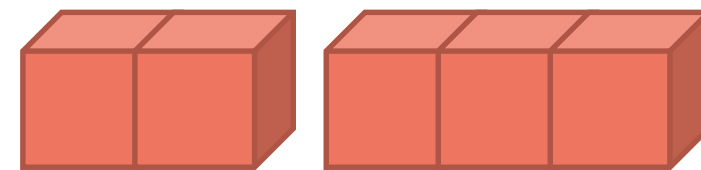
Addition och subtraktion

- Subtraktion är kopplat till addition.
- Vi ger eleverna en uppsättning unifix-kuber, delar upp dem i två grupper och visar dem hur det går att aggregera de två delarna genom att betona ordet ”addition” och sedan dela upp dem genom att betona ordet ”subtraktion”.



Addition och subtraktion

- Vi presenterar berättelser som överensstämmer med uppdelningen och aggregeringen av kuberna.
- Vi ställer frågor som:
 - **Aggregation:** ”Jag har 2 blå pennor. Jag köpte 3 pennor till. Hur många pennor har jag nu?”
 - **Partitionering:** ”Jag hade 5 pennor. Jag gav 2 pennor till min vän. Hur många pennor har jag kvar?”



Addition och subtraktion

➤ Vi skriver matematiska meningar som passar till varje berättelse:

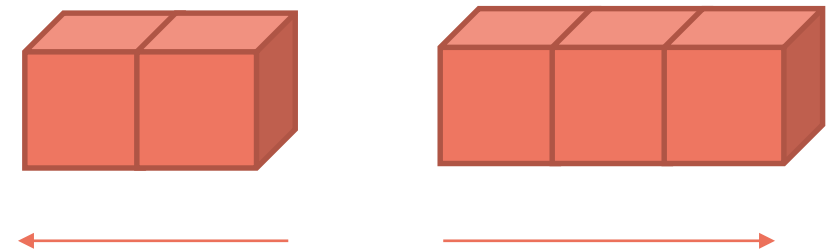
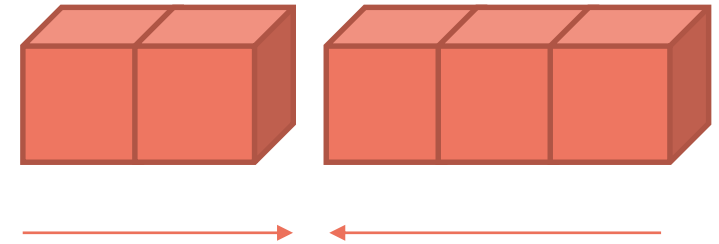
- ”Jag har 2 blå pennor. Jag köpte 3 pennor till. Hur många pennor har jag nu?”
- $2 + 3 = 5$

➤ Vi introducerar tecknet $-$ och kallar det ”minus”.

- ”Jag hade 5 pennor. Jag gav 2 pennor till min vän. Hur många pennor har jag kvar?”
- $5 - 2 = 3$

➤ Samtidigt introducerar vi ordet ”subtrahera”:

- ”Vi subtraherar 2 från de 5 pennorna. Det finns 3 pennor kvar. 5 minus 2 är lika med 3.”



Problemlösning



Problemegenskaper (1)

- **Beskrivning av matematiska additions- och subtraktionsberättelser**
- **Enstegsproblem:** Vi presenterar problem som kan lösas med en enda matematisk mening
- T.ex. $7 + 2 =$

Anna ate 2 slices of pizza with pineapple and 3 slices of pizza with mushrooms. How many slices of pizza did Anna eat?



Mathematical sentence: _____

Answer: _____

Problemegenskaper (2)

- **Tydliga och korta meningar:** Vi använder problem med korta meningar och enkelt ordförråd så att eleverna kan förstå innehållet och lösa problemet.
- **Virtuella representationer:** Vi använder virtuella representationer för att demonstrera problemet så att eleverna gör kopplingar mellan de bildliga och de symboliska representationerna.

There were ___ parrots at first.
Then ___ parrot left.
How many parrots are now left in
the lake?

$$\square - \square = \square$$




4

1

3

Förslag till presentation av problemen (1)

- **Introduktion till vertikal addition och subtraktion**
- **Kort verbal beskrivning:** Vi ger eleverna möjlighet att visualisera problemet med mindre verbal beskrivning och enkelt ordförråd.
- **Skapa kopplingar mellan bilder och symbolisk representation:** Vi använder virtuella representationer för att introducera vertikal addition och subtraktion.

At first, Katerina made  cookies.

Then she prepared $+$  more cookies.

How many cookies has Katerina made now?

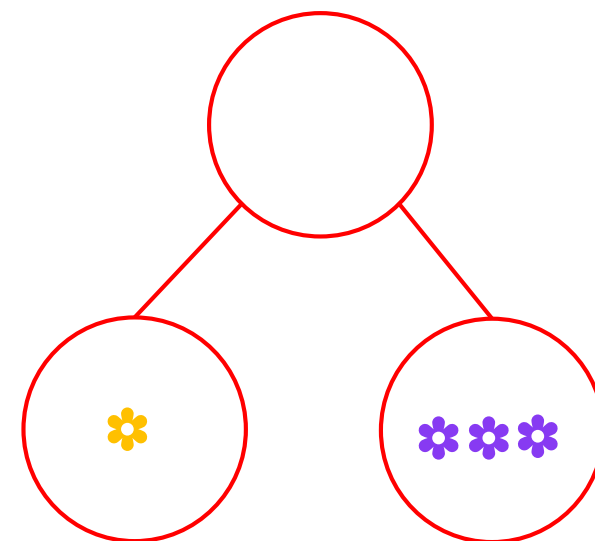
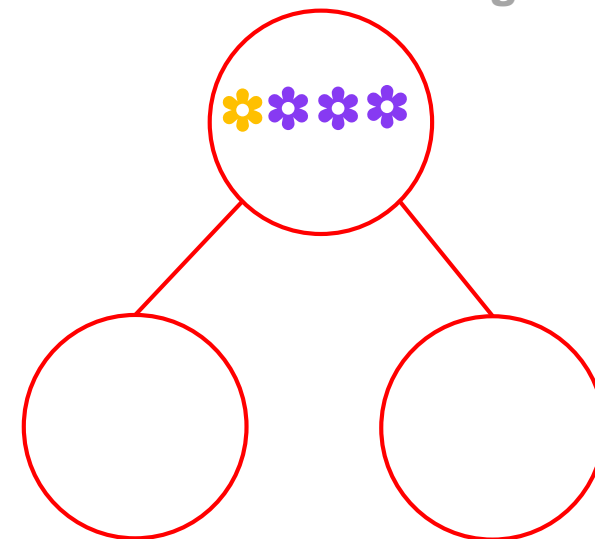
7

μπισκότα

Sätta samman och dela upp tal

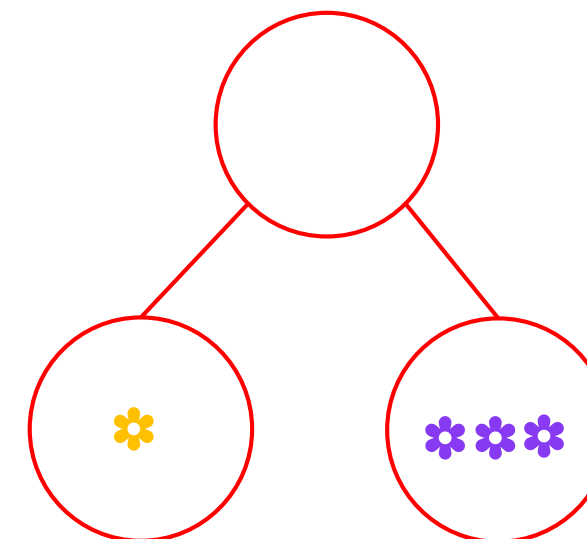
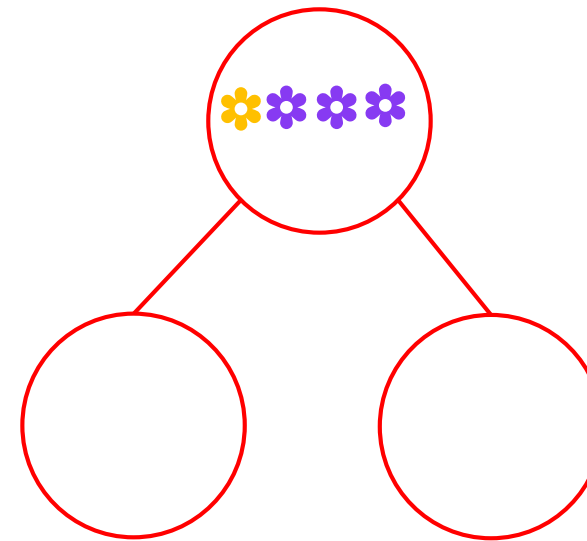
Sätta samman och dela upp tal (1)

- Vi introducerar eleverna till sammansättning och uppdelning av tal. Till en början insisterar vi inte på att hitta de möjliga vägarna.
- Eleverna tränar på att sätta samman och dela upp tal med hjälp av manipulativa material eller bilder, samt delhelhetsdiagram.



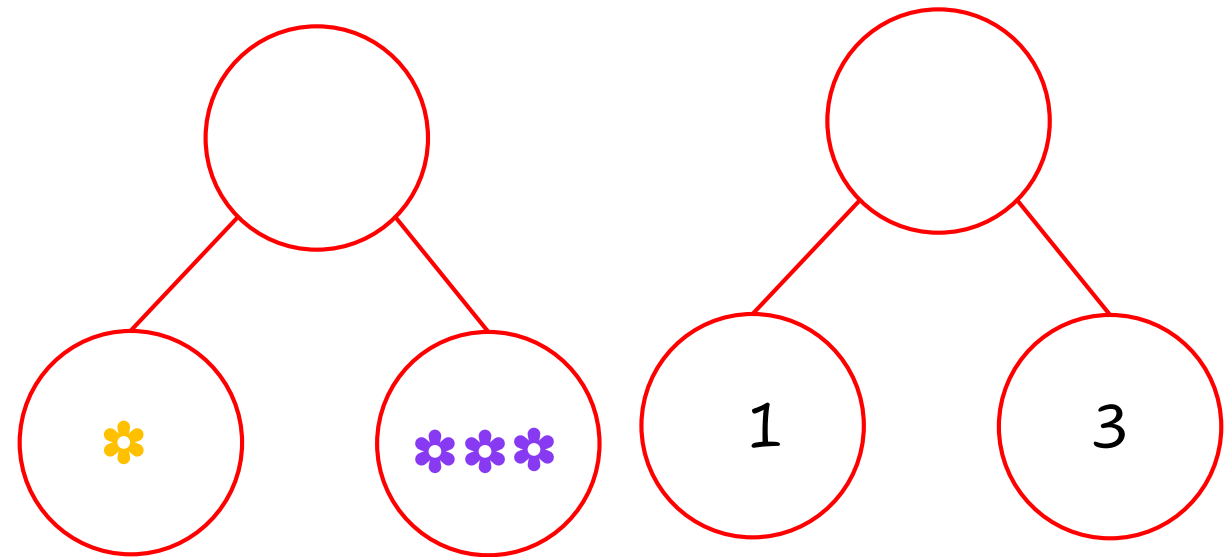
Sätta samman och dela upp tal (2)

- Eleverna uppmuntras att dela upp de manipulativa materialen i två delar och att med fullständiga meningar beskriva delarna och helheten, ibland med utgångspunkt från helheten och ibland från delarna.
- De manipulativa materialen flyttas från helheten till delarna (uppdelning) och från delarna till helheten (sammansättning) så att eleverna förstår att helheten och de två delarna representerar samma mängd.



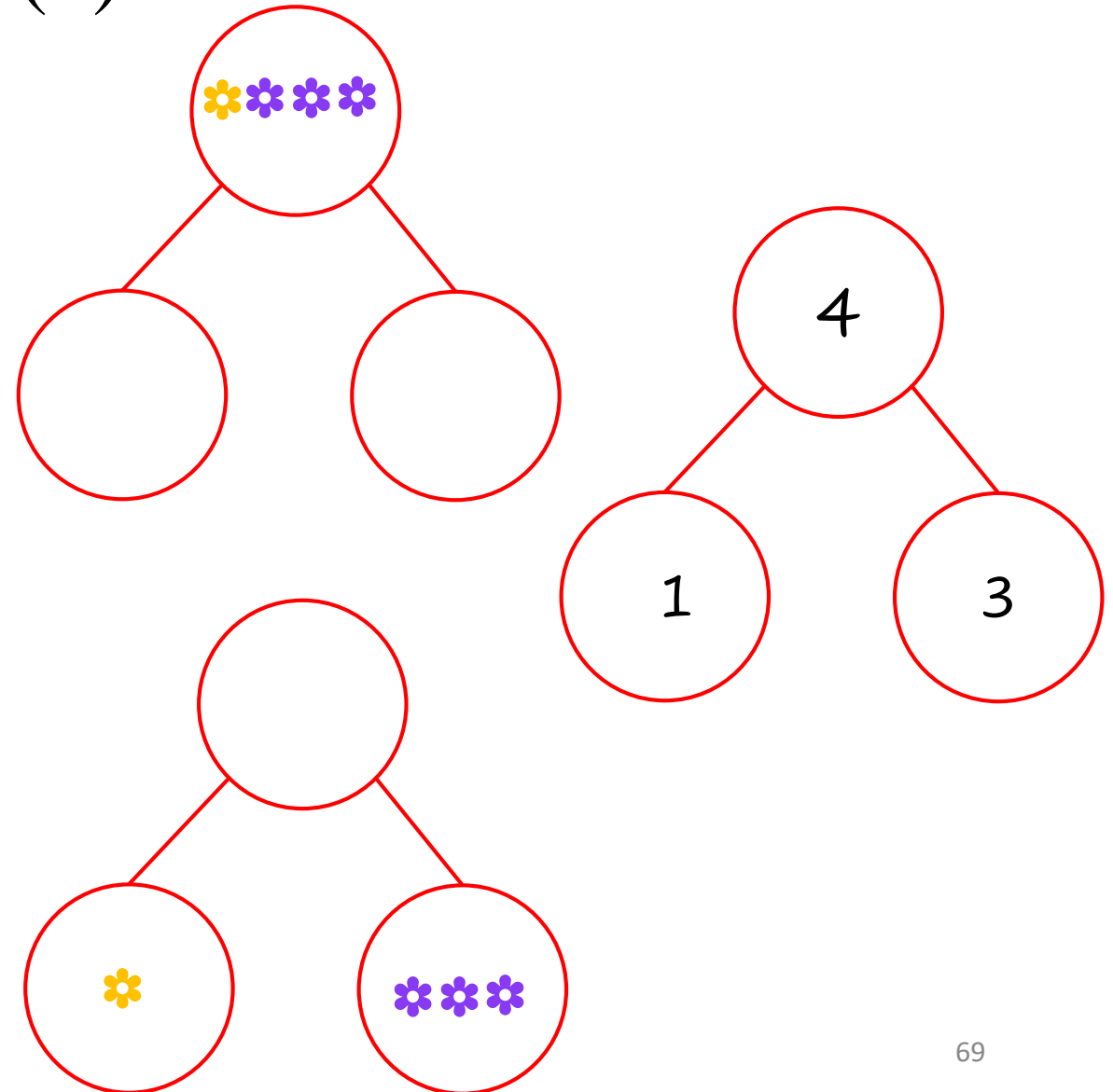
Sätta samman och dela upp tal (3)

- Vi beskriver i ett annat diagram hur talet har analyserats.
- Övergången till den symboliska representationen är vanligtvis svår, så vi siktar på att hela tiden göra kopplingar mellan siffrorna i symbolisk form och de storheter de representerar.



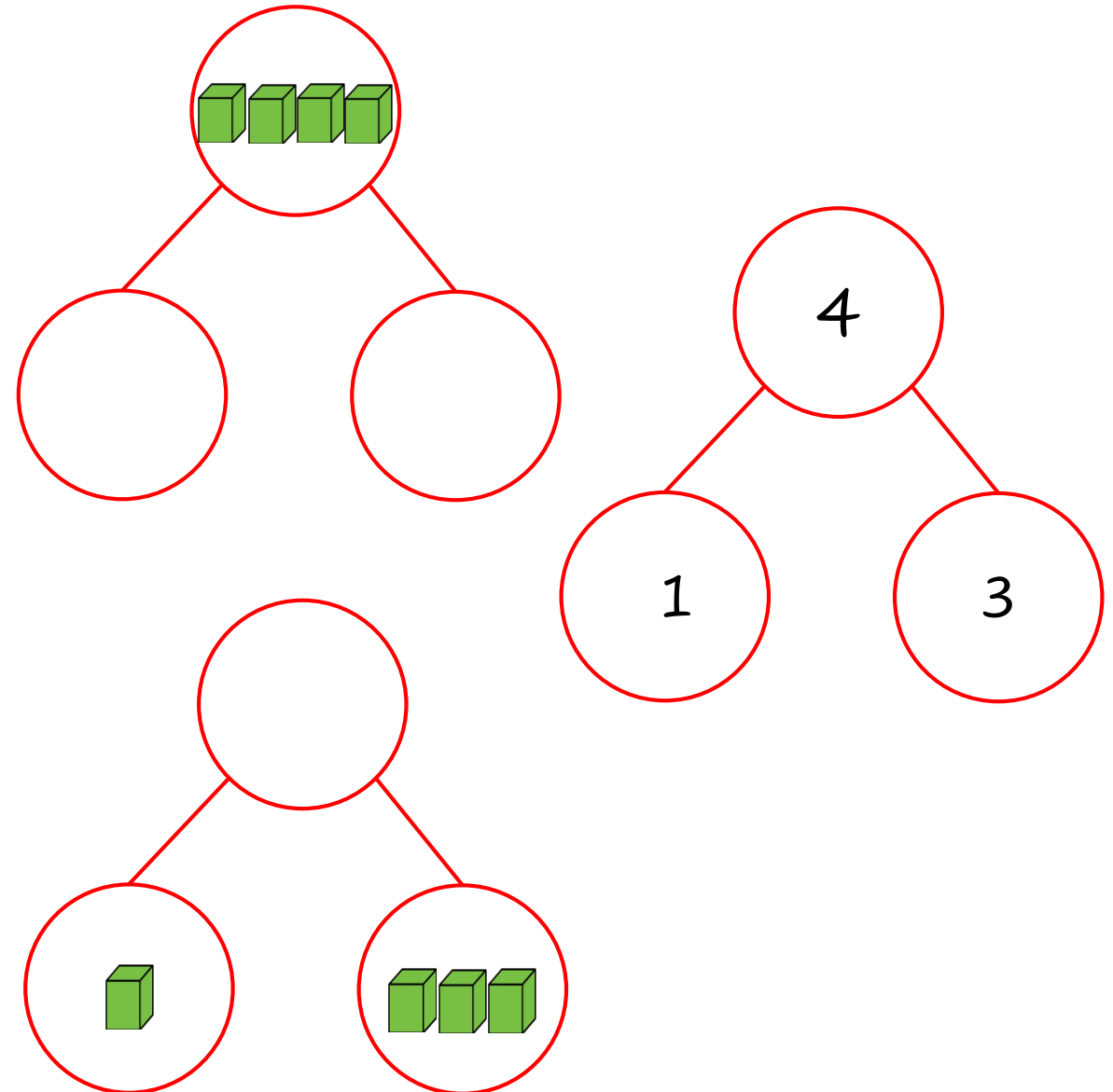
Sätta samman och dela upp tal (4)

- Eleverna uppmuntras att med hjälp av hela meningar beskriva vad varje siffra representerar.
- ”4 visar antalet blommor”
 - ”1 visar antalet gula blommor”
 - ”3 visar antalet lila blommor”



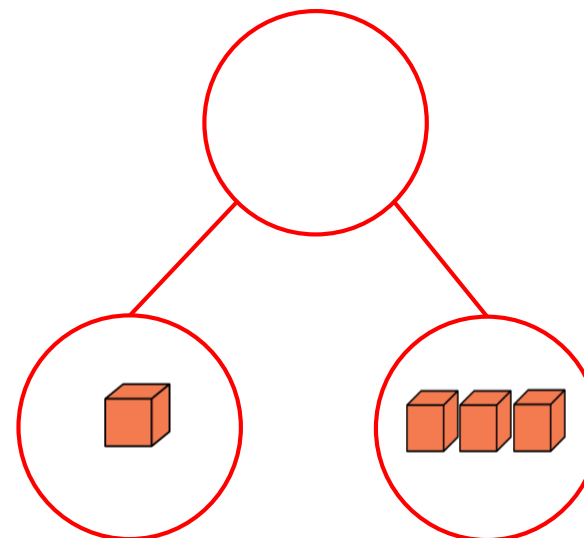
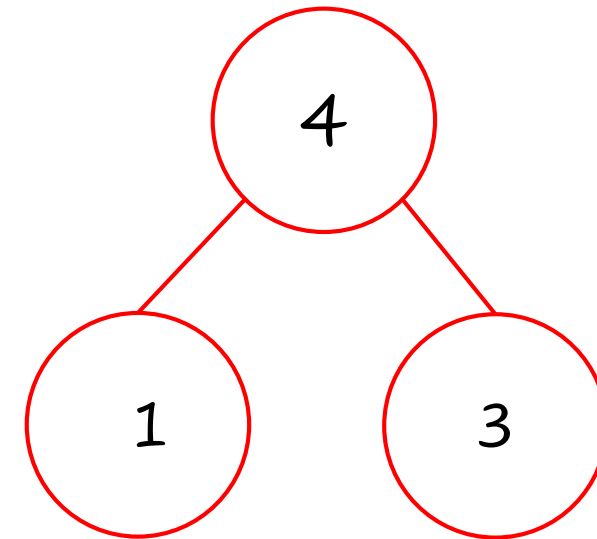
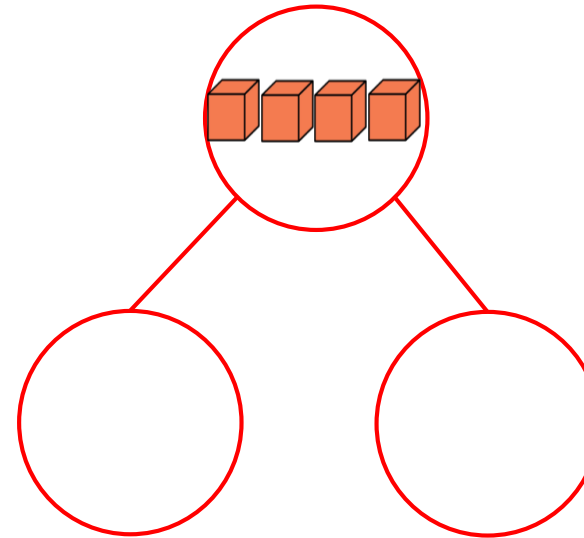
Sätta samman och dela upp tal (5)

- Slutligen uppmuntras eleverna att hitta alla möjliga sätt att dela upp ett tal.
- I det här skedet är det bättre för eleverna att använda kuber av samma storlek och färg för att fokusera sin uppmärksamhet på hur en grupp kuber delas upp i delar på olika sätt, utan hänsyn till andra egenskaper, t.ex. färg eller storlek.



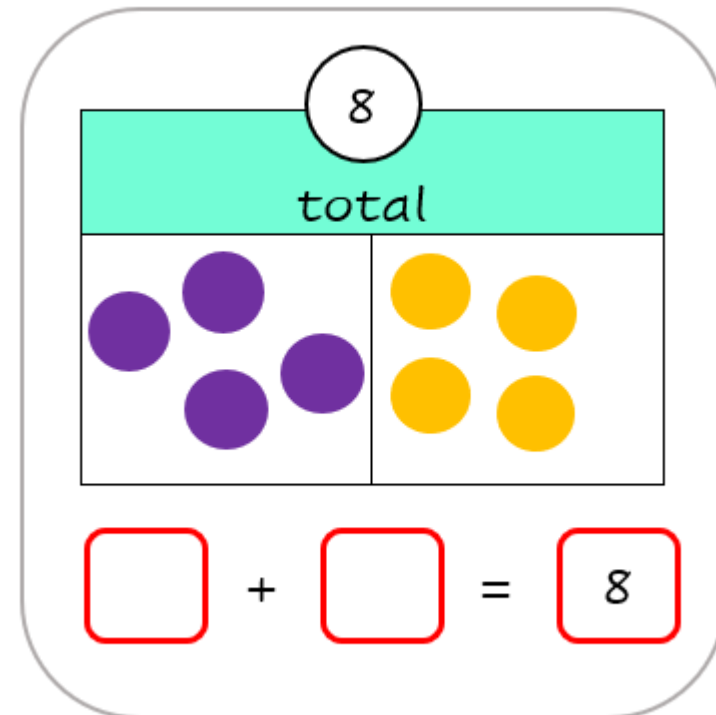
Sätta samman och dela upp tal (6)

- Vi ställer frågor som:
 - ”Vad kan du lägga märke till om storleken på delarna och storleken på helheten?”
- Vi ber eleverna att upprepa meningen varje gång:
 - ”___ är helheten, ___ är en del och ___ är en del.”



Sätta samman och dela upp tal (7)


- En annan modell som används består av en tabell som delar upp helheten i två delar.
- Eleverna utforskar alla möjliga sätt att dela upp ett antal kuber genom att placera en del av kuberna i den vänstra kolumnen och en del av kuberna i den högra kolumnen.
- De gör om tabellrepresentationen till ett matematiskt additionsuttryck.







Sätta samman och dela upp tal (8)

- Eleverna lägger märke till alla möjliga sätt att dela upp ett tal i bilder och skriva motsvarande matematiska additionsuttryck.

You can show number 7 in different ways!




7 is 7  and 0 

7 is 6  and 1 

$7 = 7 + 0$ $7 = 6 + 1$

Additions- och subtraktionsstrategier

Additions- och subtraktionsstrategier

1. Additionsstrategier – Sammansättning och uppdelning
 2. Additionsstrategier – Kommutativ egenskap
 3. Additionsstrategier – Räkna med
 4. Subtraktionsstrategier – Talfamiljer
- 

Additionsstrategier – Sammansättning och uppdelning (1)

- Vi fokuserar främst på att sätta samman och dela upp tal.
- Baserat på de talpar eleverna har lärt sig vid sammansättningen och uppdelningen av tal förväntas eleverna hitta det tal som saknas i de matematiska uttrycken.

$$\square + 3 = 5 \qquad 4 = 0 + \square$$

$$1 + 2 = \square \qquad 5 = \square + 1$$

$$\square + 5 = 5 \qquad \square = 2 + 2$$

$$1 + \square = 4 \qquad 5 = \square + 2$$

$$\square + 2 = 4 \qquad 4 = 1 + \square$$

Additionsstrategier – Sammansättning och uppdelning

(2)

➤ Vi ställer frågor som:

- ”Om jag delar upp 5 i två delar och en del är 4, vad blir då den andra delen?”
- ”Vilket tal ska jag addera till 4 så att summan blir 5?”

$$\square + 3 = 5 \qquad 4 = 0 + \square$$

$$1 + 2 = \square \qquad 5 = \square + 1$$

$$\square + 5 = 5 \qquad \square = 2 + 2$$

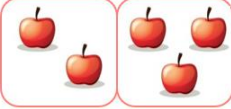
$$1 + \square = 4 \qquad 5 = \square + 2$$

$$\square + 2 = 4 \qquad 4 = 1 + \square$$

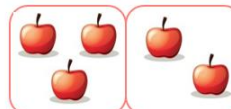
Additionsstrategier – Kommutativ egenskap

- För att underlätta för eleverna introducerar vi den kommutativa egenskapen hos addition.
- Den kommutativa egenskapen presenteras på en konkret, en bildlig och en symbolisk nivå med hjälp av flera exempel.


Commutative Property of Addition



$$\underline{2} + \underline{3} = \underline{5}$$



$$\underline{3} + \underline{2} = \underline{5}$$



When we add two numbers, the sum is the same, regardless of the order of the numbers.

If $1 + 3 = 4$, then $3 + 1 = \underline{\quad}$

If $3 + 2 = 5$, then $2 + 3 = \underline{\quad}$

If $0 + 6 = 6$, then $6 + 0 = \underline{\quad}$

If $4 + 1 = 5$, then $1 + 4 = \underline{\quad}$

If $5 + 0 = 5$, then $0 + 5 = \underline{\quad}$

Additionsstrategier – Räkna upp

- Vi introducerar strategin ”räkna upp” för att hjälpa eleverna att välja den större addenden och börjar sedan räkna upp den med den andra addenden.
- Vi ger eleverna matematiska uttryck, som $8 + 1$, för att hjälpa dem att öva på uppräkningsstrategin.

The image shows two visual math problems within a blue-bordered frame. The top problem features a light blue water bottle with a brown cap and a white circle containing the number 4. To its right are two chocolate chip cookies. Below these items is a red-bordered equation: $4 + 2 = 6$. The bottom problem features the same water bottle with the number 4. To its right is a single chocolate chip cookie. Below these items is a red-bordered equation: $\square + \square = \square$.

Additionsstrategier – Räkna upp

- Vi visar en behållare och klistrar fast ett tal på utsidan. Utanför behållaren placerar vi diskreta föremål (verkliga eller bilder).
- Med utgångspunkt från talet som står på behållaren räknar vi upp enligt antalet föremål utanför behållaren för att komma fram till summan.

The image shows two examples of the 'counting up' strategy for addition, each enclosed in a rounded rectangle. In the first example, a blue jar with a brown lid has the number '4' on its side. To its right are two chocolate chip cookies. Below the jar and cookies is a red-bordered equation: $4 + 2 = 6$. In the second example, the same blue jar with the number '4' is shown, but only one chocolate chip cookie is placed to its right. Below the jar and cookie is a red-bordered equation: $\square + \square = \square$.

Additionsstrategier – Räkna upp

- Vi introducerar sedan matematiska additionsuttryck. Vi presenterar den andra addenden kvantitativt genom att markera motsvarande antal prickar ovanför talet.
- Vi uppmanar eleverna att börja med den första addenden och räkna upp baserat på prickarna.
- Vi börjar med den största addenden och räknar upp.

The image shows four addition problems arranged in a 2x2 grid, each enclosed in a blue rectangular box. Each problem consists of a number, a plus sign, a second number with purple dots above it, an equals sign, and a red square box for the answer.

- Top-left: $4 + 3 = \square$. Three purple dots are positioned above the number 3.
- Top-right: $2 + 5 = \square$. Two purple dots are positioned above the number 2.
- Bottom-left: $1 + 6 = \square$. One purple dot is positioned above the number 1.
- Bottom-right: $3 + 3 = \square$. Three purple dots are positioned above the second 3.

Subtraktionsstrategier – Talfamiljer

- Subtraktion introduceras genom att göra kopplingar till addition.
- Relationen mellan addition och subtraktion presenteras igen på en **konkret, en bildlig** och en **symbolisk** nivå med hjälp av flera exempel.

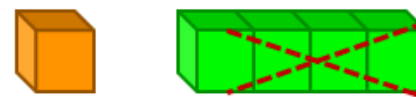
Skriv ett uttryck för varje bild för att skapa en talfamilj.



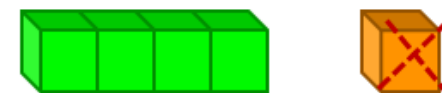
$$= 5$$



$$= 5$$



$$= 1$$



$$= 4$$