

Ενίσχυση
μαθητών της Α'
Δημοτικού με
δυσκολίες στα
μαθηματικά.

Erasmus+
Enriching lives, opening minds.



Co-funded by the
European Union

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	4
1. Χαρακτηριστικά Μαθητών	6
2. Μεθοδολογία Διδασκαλίας	8
Εισαγωγή.....	8
2.1 Επίπεδα Διδασκαλίας.....	8
2.2 Μαθησιακοί Στόχοι.....	9
2.3 Χρήση παραδειγμάτων από το οικείο περιβάλλον του παιδιού	10
2.4 Πολλαπλά παραδείγματα	11
2.5 Βοηθητικές ερωτήσεις.....	11
2.6 Εποπτικά μέσα και τεχνολογία.....	13
2.7 Μαθηματική Ορολογία	15
2.8 Συστηματική Επανάληψη.....	16
3. Διδακτικές Προσεγγίσεις	17
Εισαγωγή.....	17
3.1 ΜΟΤΙΒΑ.....	18
3.1.1 Εισαγωγή.....	18
3.1.2. Αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών.....	18
3.1.3. Ταξινόμηση αντικειμένων.....	21

3.1.4. Αναγνώριση και επέκταση μοτίβων.....	24
3.1.5. Συμπλήρωση μοτίβων	25
3.1.6. Κατασκευή Μοτίβων	26
3.2 ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ	28
3.2.1 Εισαγωγή.....	28
3.2.2 Απαρίθμηση αριθμών μέχρι το 10	28
3.2.3 Λεκτική- ποσοτική- συμβολική μορφή αριθμών.	31
3.2.4 Αυτόματη αναγνώριση ποσότητας.....	33
3.2.5 Αναπαράσταση αριθμών μέχρι το 10.....	36
3.2.6 Γραφή αριθμών μέχρι το 10	37
3.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ- ΣΕΙΡΟΘΕΤΗΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ.....	37
3.3.1 Εισαγωγή.....	37
3.3.2 Ισοδυναμία	38
3.3.3 Περισσότερα-λιγότερα	40
3.3.4 Γραφή αριθμών	43
3.4 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ.....	46
3.4.1 Εισαγωγή.....	46
3.4.2 Πρόσθεση	46
3.4.3 Αφαίρεση.....	55

3.4.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση ως αντίθετες πράξεις	56
3.5 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ	59
3.5.1 Εισαγωγή.....	59
3.5.2 Μέτρηση προς τα πάνω.....	59
3.5.3 Επανάληψη αριθμών	61
3.6 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	63
3.6.1 Εισαγωγή.....	63
3.6.2 Προβλήματα ομαδοποίησης και αλλαγής	63
3.6.3 Χαρακτηριστικά προβλήματος	68
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	71

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διδασκαλία της έννοιας των αριθμών και ιδιαίτερα των ακέραιων αριθμών αποτελεί το μεγαλύτερο μέρος των μαθηματικών που διδάσκονται στο δημοτικό σχολείο. Ο αριθμός, όπως ο αριθμός 5, είναι μια έννοια που εκφράζει μια συγκεκριμένη ποσότητα. Ο αριθμός είναι το αποτέλεσμα μιας αφαιρετικής διαδικασίας, που δεν είναι εύκολα κατανοητή για πολλούς μαθητές. Στη ζωή και στα μαθηματικά χρησιμοποιούμε τις πλείστες φορές τον αριθμό, για να εκφράσουμε το πλήθος των στοιχείων ενός συνόλου αντικειμένων.

Συγκεκριμένα, οι πυρηνικές γνώσεις για την έννοια του αριθμού στην Α' τάξη του Δημοτικού σχολείου περιλαμβάνουν τα ακόλουθα (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

- Αναγνώριση, περιγραφή και επέκταση εικονικών μοτίβων
- Απαγγελία, αναγνώριση, σύγκριση, σειροθέτηση και αναπαράσταση ακέραιων αριθμών μέχρι το 10
- Πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης
- Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 10 με ευχέρεια (π.χ. $3+2$, $5+4$, $8+2$, $7-4$, $10-6$)
- Επίλυση απλών προβλημάτων προσθετικής δομής (ομαδοποίησης, αλλαγής, σύγκρισης)

Πολλοί μαθητές στα πρώτα τους βήματα στο δημοτικό σχολείο φαίνεται να παρουσιάζουν ορισμένες δυσκολίες, κυρίως όσον αφορά τους αριθμούς (Dowker, 2005). Ωστόσο, για να κατανοήσουμε καλύτερα τις δυσκολίες των μαθητών στην έννοια των αριθμών, πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις δυσκολίες των μαθητών στις επιμέρους πτυχές των αριθμών, όπως η εκτέλεση αριθμητικών διαδικασιών, η κατανόηση της δομής των αριθμών και η εφαρμογή της αριθμητικής σε προβληματικά πλαίσια (Dowker, 2005).

Οι δυσκολίες που παρουσιάζουν ορισμένοι μαθητές είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν μέσα από ενισχυτική διδασκαλία σε ατομικό επίπεδο ή σε μικρές ομάδες. Οι διδασκαλίες διαφοροποιούνται και προσαρμόζονται στις ανάγκες των μαθητών ανάλογα με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν. Παράλληλα, για την κατάλληλη οργάνωση και υλοποίηση ενισχυτικών μαθημάτων, χρειάζεται να ληφθούν υπόψη τρεις βασικές παράμετροι: τα χαρακτηριστικά των μαθητών, η μεθοδολογία της διδασκαλίας και οι διδακτικές προσεγγίσεις. Στη συνέχεια αναπτύσσονται η καθεμιά από αυτές τις τρεις παραμέτρους.

1. Χαρακτηριστικά Μαθητών

Στην Α' τάξη Δημοτικού, οι μαθητές αναμένεται να κατανοήσουν τις βασικές αριθμητικές έννοιες (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) και διαδικασίες, μέσω συστηματικής διδασκαλίας. Η ελλιπής κατανόηση των θεμάτων αυτών στην Α' τάξη δημιουργεί δυσκολίες στην ομαλή ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης των παιδιών στις μετέπειτα τάξεις και αυξάνει τον κίνδυνο για λειτουργικό αναλφαβητισμό στα μαθηματικά. Μέσα από πολλές έρευνες (Dowker, 2015; Swanson, Harris, & Graham, 2013) έχει διαπιστωθεί ότι οι μαθητές της Α' τάξης, με δυσκολία στην ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών, παρουσιάζουν συμπεριφορές, όπως:

- Απαριθμούν ποσότητες με αργό ρυθμό. Δυσκολεύονται στη απαρίθμηση ποσοτήτων με βάση ομαδοποιήσεις (π.χ. 2-2).
- Δυσκολεύονται στην ορθή γραφή των αριθμών και γράφουν με αργό ρυθμό.
- Δεν συνδέουν εύκολα τη συμβολική μορφή ενός αριθμού με την ποσότητα που αντιπροσωπεύει.
- Δεν ανακαλούν με ευχέρεια το αποτέλεσμα πρόσθεσης ή αφαίρεσης αριθμών μέχρι το 10 (π.χ. $5+3$, $10-8$)
- Δεν ανακαλούν διαδικασίες ή κανόνες
- Κατά την εκτέλεση απλών υπολογισμών καθυστερούν ή κάνουν λάθη, γιατί στηρίζονται στην απαρίθμηση όλων των ποσοτήτων (π.χ. υπολογίζουν το άθροισμα $5+3$, απαριθμώντας 1,2,3,4,5...6,7,8).

-
- Δεν κατανοούν και δεν χρησιμοποιούν το βασικό μαθηματικό λεξιλόγιο (π.χ. πρόσθεση, αφαίρεση, άθροισμα, διαφορά).
 - Δυσκολεύονται στην κατανόηση απλών λεκτικών προβλημάτων. (Ξεχνούν, καθώς επιλύουν ένα πρόβλημα, ποιος είναι ο στόχος του προβλήματος και τι καλούνται να κάνουν).
 - Δυσκολεύονται στην ερμηνεία και κατασκευή αναπαραστάσεων
 - Δυσκολεύονται στην εφαρμογή διαδικασιών που περιλαμβάνουν πολλαπλά βήματα.

2. Μεθοδολογία Διδασκαλίας

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται η μεθοδολογία της ενισχυτικής διδασκαλίας, δηλαδή, ο τρόπος που διδάσκουμε τους μαθητές με στόχο την στήριξή τους στις δυσκολίες τους αναφορικά με τους αριθμούς. Οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν το ενισχυτικό υλικό σε συνδυασμό με τις κατάλληλες πρακτικές, ώστε να φτάσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Βασικότερη επιδίωξη αποτελεί η ανάπτυξη της ποσοτικής και αφηρημένης σκέψης των μαθητών, δίνοντας έμφαση σε μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες σε διαφορετικές μορφές της έννοιας των αριθμών. Η ανάπτυξη της ποσοτικής σκέψης επιτυγχάνεται με τη χρήση υλικών, αντικειμένων ή οπτικών μέσων, όπως εικόνες και διαγράμματα, μέσω των οποίων οι μαθητές οπτικοποιούν τις ποσότητες και αντιλαμβάνονται την έννοια των αριθμών ως ένα σύνολο αντικειμένων. Η ανάπτυξη της αφηρημένης σκέψης πραγματοποιείται με τη χρήση των συμβόλων και της μαθηματικής ορολογίας, ώστε οι μαθητές να συνδέουν τον πληθικό αριθμό ενός συνόλου με τη συμβολική του μορφή. Μαθητές με δυσκολίες είναι δυνατόν να δυσκολεύονται να συνδέσουν τη συμβολική μορφή μιας μαθηματικής έννοιας με την ποσότητα που αναπαριστά. Για αυτό και χρειάζεται το διδακτικό υλικό να εμπλουτίζεται με εποπτικά και τεχνολογικά μέσα.

2.1 Επίπεδα Διδασκαλίας

Για την αντιμετώπιση δυσκολιών είναι σημαντικό η διδασκαλία να εμπλέκει τρία βασικά επίπεδα, το πραξιακό, το εικονικό και το συμβολικό επίπεδο. Η διδασκαλία σε πραξιακό επίπεδο, επιτρέπει στους μαθητές να αναπαραστήσουν τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, με τη χρήση τρισδιάστατων αντικειμένων είτε πραγματικών αντικειμένων είτε μαθηματικών υλικών. Η διδασκαλία σε εικονικό

επίπεδο πραγματοποιείται όταν οι μαθητές είναι σε θέση να μεταβούν από τη χρήση απτών υλικών στη χρήση εικόνων και οπτικών αναπαραστάσεων. Συγκεκριμένα, η κατανόηση μιας έννοιας πραγματοποιείται με τη χρήση διαγραμμάτων και εικόνων, για αναπαράσταση εννοιών, διαδικασιών και σχέσεων ή για ανάλυση της δομής λεκτικών προβλημάτων. Όταν οι μαθητές επιτύχουν τους μαθησιακούς στόχους σε εικονικό επίπεδο, γίνεται η μετάβαση της διδασκαλίας σε συμβολικό επίπεδο. Η διδασκαλία σε συμβολικό επίπεδο δίνει έμφαση στην αφηρημένη έννοια των αριθμητικών διαδικασιών και χρησιμοποιεί μαθηματικά σύμβολα. Τα τρία προαναφερόμενα επίπεδα, χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία κάθε θεματικής ενότητας των μαθηματικών, ώστε οι μαθητές να αποκομίζουν μια πλήρη εικόνα της έννοιας. Για παράδειγμα, η διδασκαλία ανάλυσης και σύνθεσης αριθμών είναι δυνατόν να ξεκινήσει με τη χρήση αντικειμένων π.χ. κύβων, έπειτα να γίνεται εξάσκηση σε ασκήσεις που συνδυάζουν εικόνες και στο τέλος να γίνεται χρήση μαθηματικών συμβόλων.

2.2 Μαθησιακοί Στόχοι

Για αποτελεσματική διδασκαλία, τίθενται ξεκάθαροι μαθησιακοί στόχοι από τους εκπαιδευτικούς, ώστε να αξιοποιηθεί κατάλληλο διδακτικό υλικό, προσανατολισμένο στην υπό έμφαση μαθηματική έννοια και διαδικασία. Για παράδειγμα, αν ο στόχος μας είναι η καταμέτρηση ποσοτήτων από το 1 μέχρι το 5, το υλικό περιλαμβάνει έργα που αφορούν αποκλειστικά στη διαδικασία της μέτρησης και όχι σε άλλες διαδικασίες ή δεξιότητες, όπως η γραφή και η αναπαράσταση αριθμών μέχρι το 5.

Όταν προγραμματίζεται μια σειρά από διδασκαλίες, λαμβάνονται υπόψη οι δυσκολίες που έχουν αναφερθεί προηγουμένως και ιδιαίτερα αυτές που σχετίζονται με τη χαμηλή συγκέντρωση ή τη διάσπαση της προσοχής. Η διδασκαλία είναι δομημένη με ξεκάθαρο τρόπο, ώστε οι μαθητές να έχουν έλεγχο του τι μαθαίνουν και του τι καλούνται να κάνουν, χωρίς να αποσπάται η προσοχή τους. Έτσι,

είναι σημαντικό σε κάθε διδασκαλία ή αριθμό διδασκαλιών να τίθεται ένας συγκεκριμένος μαθησιακός στόχος που αφορά μια συγκεκριμένη έννοια και σχετική διαδικασία. Ουσιαστικά, μέσα από ένα μάθημα ή έναν αριθμό μαθημάτων, οι εκπαιδευτικοί δίνουν έμφαση σε συγκεκριμένες έννοιες και διαδικασίες. Ο αριθμός των διδασκαλιών που αφιερώνονται για την επίτευξη ενός συγκεκριμένου στόχου εξαρτάται από τη σημαντικότητα του στόχου και την πρόοδο του μαθητή που παρουσιάζει δυσκολίες.

Ανάλογα με τις μαθηματικές έννοιες και τις δυσκολίες των μαθητών η διδασκαλία είναι δυνατόν να γίνει σε μια ή περισσότερες διδασκαλίες. Οι διδασκαλίες ολοκληρώνονται, όταν ο επιτυγχάνεται ο αρχικός στόχος. Για παράδειγμα, ένας αριθμός μαθημάτων αφιερώνεται στην έννοια του μοτίβου και στη διαδικασία της αναγνώρισης και περιγραφής του μοτίβου. Οι διδασκαλίες που αφορούν τον σχετικό στόχο ολοκληρώνονται, αφού ο μαθητής κατακτήσει επαρκώς τον στόχο. Στη συνέχεια, ξεκινά ο επόμενος κύκλος διδασκαλιών.

Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας είναι σημαντικό να γίνονται συστηματικές, συνεχείς, μικρές διαμορφωτικές αξιολογήσεις, ώστε η εκπαιδευτικός να έχει μια συνολική εικόνα για το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται κάθε μαθητής και πού πρέπει να εστιάσει, ώστε να επιλυθούν τυχόν παρανοήσεις και δυσκολίες των μαθητών. Με βάση τα αποτελέσματα της διαμορφωτικής αξιολόγησης, γίνεται αναπροσαρμογή του περιεχομένου των επόμενων διδασκαλιών.

2.3 Χρήση παραδειγμάτων από το οικείο περιβάλλον του παιδιού

Είναι πολύ σημαντικό το διδακτικό υλικό να παρουσιάζει την υπό έμφαση μαθηματική έννοια και διαδικασία μέσα από καταστάσεις, αντικείμενα και λέξεις που είναι οικεία στον μαθητή και τα συναντά στην καθημερινότητα του, ώστε τα μαθηματικά να αποκτούν νόημα.

Η μαθησιακή διαδικασία εστιάζεται σε έννοιες οι οποίες είναι γνωστές στους μαθητές και τα παραδείγματα να γίνονται είτε με πραγματικά υλικά είτε με οπτικές αναπαραστάσεις που οι μαθητές έχουν συναντήσει ξανά. Έτσι, οι μαθητές εστιάζουν στις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που απαιτούνται για την επίτευξη των μαθησιακών στόχων.

2.4 Πολλαπλά παραδείγματα

Μια από τις δυσκολίες των μαθητών είναι η αναπαραγωγή και η εφαρμογή διαδικασιών που περιλαμβάνουν πολλά βήματα. Οι μαθητές είναι δυνατόν κατά τη διάρκεια μίας δραστηριότητας να ξεχνούν ποιος ακριβώς είναι ο στόχος και τι προσπαθούν να επιτύχουν.

Για να βοηθήσουμε τους μαθητές στην εκμάθηση συγκεκριμένων διαδικασιών είναι σημαντικό η εισαγωγή στην έννοια να γίνεται μέσα από παραδείγματα. Δηλαδή, να παρουσιάζονται πολλά λυμένα παραδείγματα και μετά να καλούνται οι μαθητές να εφαρμόσουν τη διαδικασία που διδάχθηκαν.

Δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να δουν παραδείγματα σε έντυπη μορφή αλλά και σε πραξιακό επίπεδο, με τη χρήση υλικών ή και με τη χρήση τεχνολογικών μέσων, με στόχο να αντιληφθούν τη διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσουν.

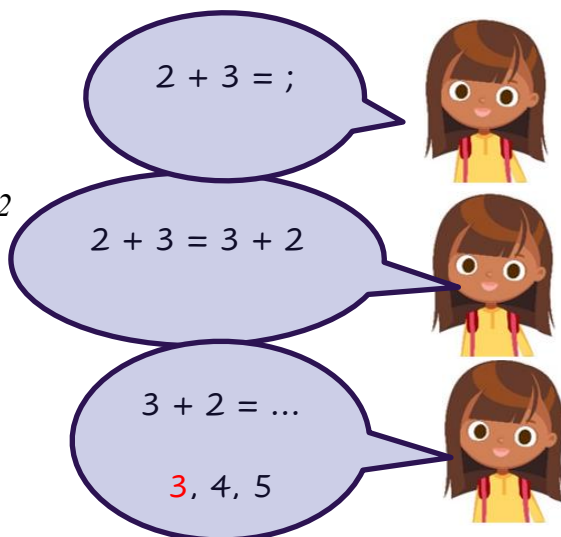
2.5 Βοηθητικές ερωτήσεις

Ο ρόλος της εκπαιδευτικού κατά τη διαδικασία μάθησης στην υποβολή ερωτήσεων είναι σημαντικός για την καθοδήγηση και την επίτευξη των μαθησιακών στόχων. Η εκπαιδευτικός στηρίζει τους μαθητές στην επεξεργασία και κατανόηση των μαθηματικών διαδικασιών, μέσα από την υποβολή ερωτήσεων. Θέτει κατάλληλες ερωτήσεις που εστιάζουν όχι μόνο στο πώς επιλύεται μία άσκηση και ποια είναι η σειρά των βημάτων αλλά και στο γιατί επιλύεται με τον συγκεκριμένο τρόπο.

Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν και προβλήματα μνήμης. Πολλές φορές δυσκολεύονται να απομνημονεύσουν μαθηματικές διαδικασίες. Έτσι, η καθοδήγηση, μέσω βοηθητικών ερωτήσεων, δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εστιάσουν την προσοχή τους και να αναστοχαστούν τα βήματα που καλούνται να ακολουθήσουν. Η στρατηγική του «σκέφτομαι δυνατά» είναι μια μορφή αναστοχασμού, που επιτρέπει στους μαθητές να κατανοήσουν τη διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσουν για την επίλυση μιας δραστηριότητας.

Ο μαθητής, για να εργαστεί σε ένα παράδειγμα, χρειάζεται καθοδήγηση μέσω εύστοχων, βοηθητικών ερωτήσεων (scaffolding). Για παράδειγμα, όταν οι μαθητές μελετούν τη στρατηγική στην πρόσθεση «μέτρηση προς τα πάνω», η εκπαιδευτικός δίνει ένα συγκεκριμένο παράδειγμα και κάνει συγκεκριμένες ερωτήσεις:

- Γιατί η Άννα έγραψε $2+3=3+2$;
- Είναι ορθό αυτό που σκέφτηκε;
- Σε τι θα την βοηθήσει ο υπολογισμός του $3+2$ αντί του $2+3$;
- Γιατί αρχίζει να μετρά από το 3;
- Συμφωνείς με αυτό τον τρόπο;



Εικόνα 2.1: Μέτρηση προς τα πάνω στην πρόσθεση

2.6 Εποπτικά μέσα και τεχνολογία

Οι μαθητές αναπτύσσουν μια μαθηματική έννοια εργαζόμενοι με δραστηριότητες τόσο σε έντυπη μορφή όσο και με τη χρήση υποστηρικτικών υλικών, όπως πραγματικά αντικείμενα, μαθηματικά εργαλεία, και τεχνολογικά μέσα. Οι δυσκολίες των μαθητών σχετίζονται με τη σύνδεση τη συμβολικής μορφή μιας έννοιας με την ποσότητα που αναπαριστά. Ωστόσο, είναι σημαντικό να αξιοποιούν διαφορετικές αναπαραστάσεις, τόσο ποσοτικές όσο και συμβολικές, οι οποίες ενισχύουν την προσπάθεια του μαθητή να αποδώσει νόημα στα μαθηματικά σύμβολα. Ως εκ τούτου, το διδακτικό υλικό εμπλουτίζεται με τη χρήση αντικειμένων ή μαθηματικών εργαλείων, τα οποία αξιοποιούνται για την αναπαράσταση βασικών μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών.

Για παράδειγμα, σε διδασκαλίες που αφορούν την ανάλυση και σύνθεση αριθμών μέχρι το 10, χρησιμοποιούνται οι κύβοι UNIFIX, για την ανάλυση ενός αριθμού με διαφορετικούς τρόπους. Δηλαδή, μια άσκηση στο χαρτί που αφορά για παράδειγμα την ανάλυση και σύνθεση του αριθμού 4, συνδυάζεται με τη χρήση κύβων, ώστε οι μαθητές να βλέπουν ότι η ποσότητα 4 είναι το άθροισμα των ποσοτήτων 3 και 1 ή 2 και 2 ή 0 και 4.

3. Να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις κύβους για να βρεις την απάντηση.

Παράδειγματα:

Εικόνα 2.2: Ανάλυση αριθμών με τη χρήση κύβων unifix

Επιπρόσθετη αξία στη διδασκαλία έχει και η αξιοποίηση τεχνολογικών εργαλείων είτε για την παρουσίαση μιας διαδικασίας είτε για εξάσκηση σε κάτι που έχουμε διδάξει. Η χρήση εφαρμογιδίων, σε δομημένο πλαίσιο διδασκαλίας, δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εργαστούν στην ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών. Με τη χρήση εφαρμογιδίων ο μαθητής ακολουθεί έναν τρόπο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων ή συγκεκριμένα βήματα για την εκτέλεση κάποιας διαδικασίας. Επιπρόσθετα, η χρήση εφαρμογιδίων είναι δυνατόν να εξασφαλίσει τη συνεχή ανατροφοδότηση στους μαθητές, μέσα σε ένα υποστηρικτικό περιβάλλον.

Για την ανάλυση και σύνθεση αριθμών μέχρι το 10, υπάρχουν εφαρμογίδια τα οποία δίνουν τη δυνατότητα του διαμερισμού μιας ποσότητας αντικειμένων σε δύο επιμέρους ποσότητες με διαφορετικούς τρόπους.



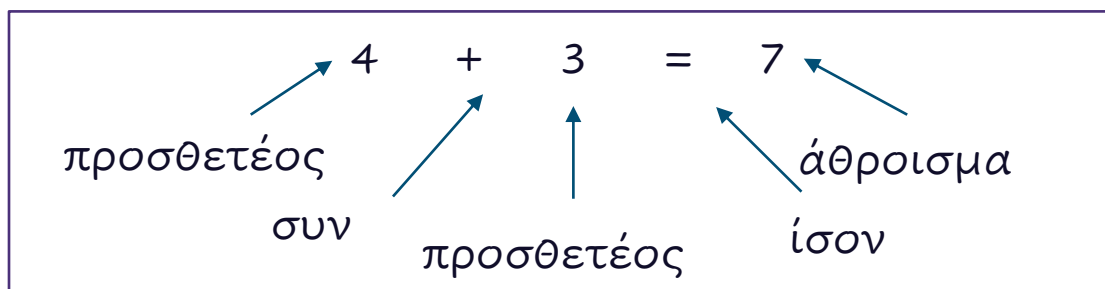
<https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=Wayst>

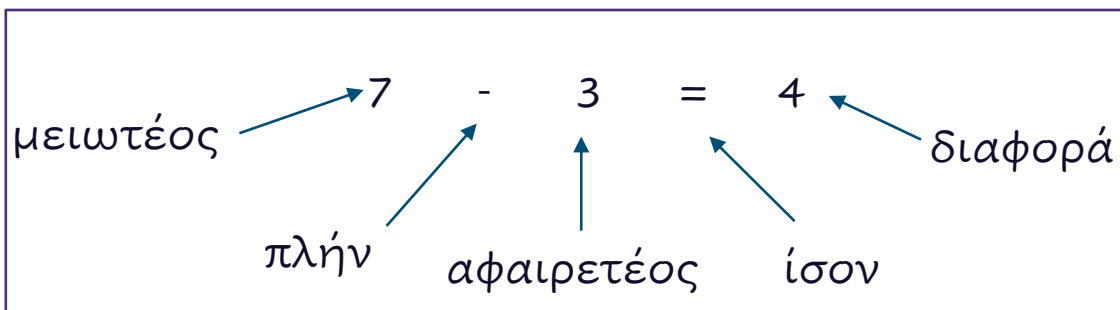
οMake

Εικόνα 2.3: Ανάλυση αριθμών με τη χρήση εφαρμογίδιου

2.7 Μαθηματική Ορολογία

Μια από τις σημαντικές δυσκολίες που είναι δυνατόν να αντιμετωπίζουν οι μαθητές είναι η κατανόηση της γλώσσας που χρησιμοποιείται στα μαθηματικά και η εκμάθηση βασικού μαθηματικού λεξιλογίου. Συνεπώς, είναι σημαντικό το διδακτικό υλικό να εμπλουτίζεται με εποπτικά μέσα που παρουσιάζουν μαθηματικούς όρους, οι οποίοι σχετίζονται με τις έννοιες και διαδικασίες που διδάσκονται. Η μαθηματική ορολογία (βασικό μαθηματικό λεξιλόγιο) αναρτάται στην πινακίδα της τάξης, ώστε να αποτελεί σημείο αναφοράς για τους μαθητές τόσο κατά τη διδασκαλία όσο και κατά την επανάληψη της μαθηματικής έννοιας.

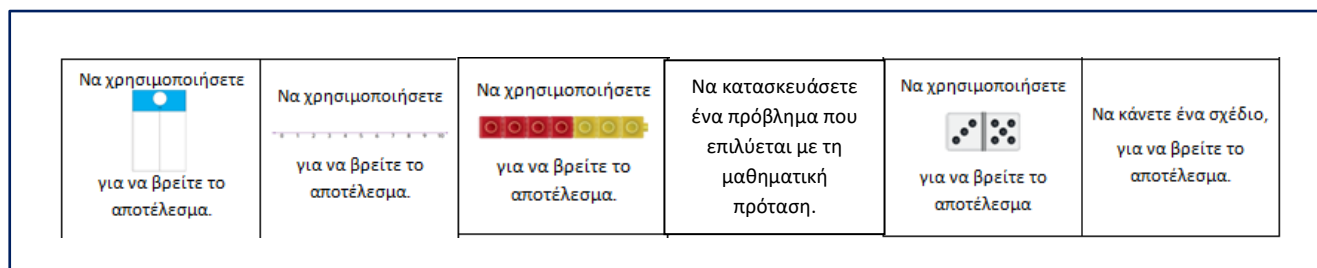




Εικόνα 2.4: Μαθηματικοί όροι πρόσθεσης και αφαίρεσης

2.8 Συστηματική Επανάληψη

Μια βασική δυσκολία που αντιμετωπίζουν οι μαθητές είναι ο υπολογισμός απλών πράξεων. Όταν δεν είναι σε θέση να κάνουν απλές προσθέσεις και αφαιρέσεις, τότε δυσκολεύονται και στην επίλυση πιο περίπλοκων προβλημάτων που βασίζονται στις πράξεις αυτές. Είναι σημαντικό να γίνεται συστηματική επανάληψη σε όρους, έννοιες και διαδικασίες που διδάχθηκαν και ολοκληρώθηκαν προηγουμένως. Η εξάσκηση, με διαφορετικούς τρόπους, σε βασικούς συνδυασμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης αποτελεί προϋπόθεση επίτευξης του στόχου αυτού. Όπως δείχνει το Παράδειγμα 2.5, οι μαθητές καλούνται να αναπαραστήσουν μαθηματικές προτάσεις πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας κύβους, αριθμητική γραμμή, ντόμινο, πλέγμα, κάνοντας σχέδιο ή γράφοντας μαθηματικές προτάσεις.



Εικόνα 2.5: Διαφορετικοί τρόποι δραστηριοτήτων για κατασκευή μαθηματικών προτάσεων

3. Διδακτικές Προσεγγίσεις

Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες των αριθμών για τις οποίες αναπτύχθηκαν μαθηματικές δραστηριότητες για την ενίσχυση των μαθητών με δυσκολίες. Συγκεκριμένα, οι θεματικές ενότητες αφορούν: (α) τα μοτίβα, (β) την αισθητοποίηση αριθμών, (γ) την πρόσθεση και αφαίρεση, (δ) τα μαθηματικά προβλήματα, (ε) την ανάλυση και σύνθεση αριθμών και (ζ) τις στρατηγικές πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Σε κάθε υποενότητα περιγράφεται ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών στους μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά, λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες τους και πώς είναι δυνατό να τις καλύψουν.

Λαμβάνεται επίσης υπόψη η μεθοδολογία της διδασκαλίας όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2 (βλ. Μεθοδολογία Διδασκαλίας, σελ. 11), ενώ παρατίθενται παραδείγματα από τις μαθηματικές δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια του προγράμματος Erasmus + “Digital Identification and Support of Under-Achieving Students” (DIDUNAS).

3.1 MOTIBA

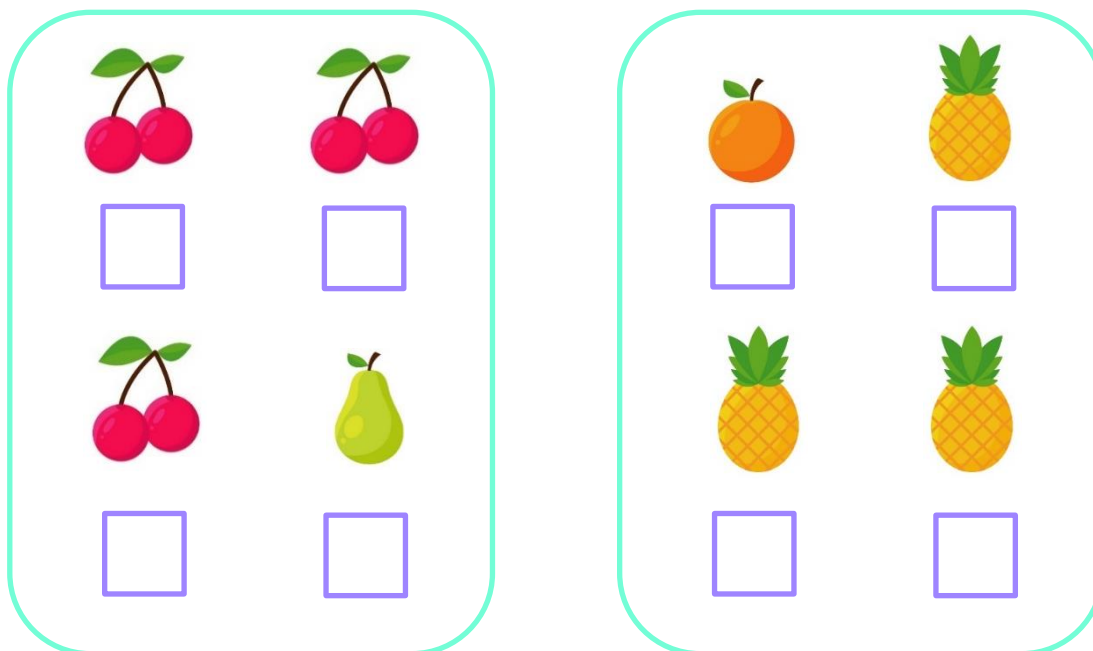
3.1.1 Εισαγωγή

Η ενασχόληση με τα μοτίβα συμβάλλει στην ανάπτυξη τόσο του μαθηματικού συλλογισμού των μαθητών (Mulligan & Mitchelmore, 2009) όσο και της αλγεβρικής τους σκέψης (Warren, 2005). Η υλοποίηση δραστηριοτήτων που στοχεύουν στην ανάπτυξη της κατανόησης των μοτίβων αρχίζει από πολύ μικρή ηλικία με απώτερο στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας αναγνώρισης, ανακατασκευής, συνέχισης ή συμπλήρωσης μοτίβων (van de Walle, 2007). Τα αποτελέσματα διάφορων ερευνών επιβεβαιώνουν το γεγονός ότι οι μαθητές από το νηπιαγωγείο είναι σε θέση να εντοπίζουν, να επαναλαμβάνουν, να συμπληρώνουν, να συνεχίζουν ή να κατασκευάζουν ένα μοτίβο με τη χρήση διάφορων υλικών (π.χ. Papic, Mulligan, & Mitchelmore, 2011. Rittle-Johnson, Fyfe, McLean, & McEldoon, 2013. Skoumpourdi, 2013). Συνεπώς, η ενασχόληση των μαθητών με τα μοτίβα, προλαμβάνει τις δυσκολίες που είναι πιθανόν να παρουσιάσουν αργότερα οι μαθητές σχετικά με μαθηματικές έννοιες της άλγεβρας (Mulligan & Mitchelmore, 2009. Warren & Cooper, 2008). Πιο κάτω παρουσιάζονται τα στάδια διδασκαλίας των μοτίβων. Συγκεκριμένα, αναλύεται η δομή της διδασκαλίας στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών, η ταξινόμηση αντικειμένων, η αναγνώριση και επέκταση μοτίβων.

3.1.2. Αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών

Η διδασκαλία των μοτίβων στην πρώτη τάξη του δημοτικού πραγματοποιείται με την εισαγωγή των μαθητών στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ αντικειμένων. Αρχικά, παρουσιάζονται στους μαθητές μικρές ομάδες αντικειμένων που ανήκουν στην ίδια κατηγορία, αλλά διαφέρουν ως προς ένα κριτήριο. (Παράδειγμα 3.1).

Να σημειώσεις (✓) το φρούτο που διαφέρει σε κάθε ομάδα.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Ποιο φρούτο έχει διαφορετικό χρώμα;»

«Ποιο φρούτο έχει διαφορετικό σχήμα;»

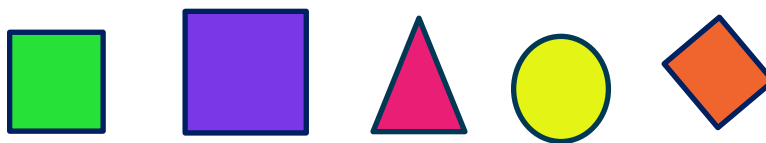
Παράδειγμα 3.1: Δραστηριότητα για την αναγνώριση των διαφορών σε ομάδες αντικειμένων

Έπειτα, οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν ομοιότητες μεταξύ αντικειμένων. Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει ομάδες αντικειμένων στις οποίες μερικά αντικείμενα έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό (π.χ. ίδιο χρώμα, ίδιο σχήμα, ίδιο μέγεθος), όπως το Παράδειγμα 3.2.

Να βάλεις σε κύκλο τα αντικείμενα που έχουν το ίδιο χρώμα.



Να βάλεις σε κύκλο τα αντικείμενα που έχουν το ίδιο σχήμα.



Να βάλεις σε κύκλο τα αντικείμενα που έχουν το ίδιο μέγεθος.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Ποια αντικείμενα έχουν ίδιο χρώμα;»

«Ποια αντικείμενα έχουν ίδιο σχήμα;»

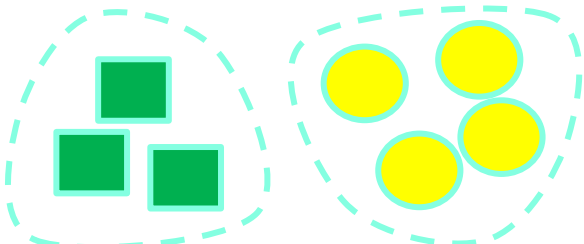
«Ποια αντικείμενα έχουν ίδιο μέγεθος;»


Παράδειγμα 3.2: Δραστηριότητα για την αναγνώριση των ομοιοτήτων μεταξύ των αντικειμένων


3.1.3. Ταξινόμηση αντικειμένων

Παρουσιάζονται σταδιακά στους μαθητές μικρές ομάδες αντικειμένων που ανήκουν στην ίδια κατηγορία και είναι δυνατό να ομαδοποιηθούν ως προς το χρώμα, το σχήμα ή το μέγεθος, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.3.

Υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι ταξινόμησης των αντικειμένων!



 Αυτά τα αντικείμενα έχουν ομαδοποιηθεί με βάση το χρώμα.

Αυτά τα αντικείμενα έχουν ομαδοποιηθεί με βάση το σχήμα. 

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- «Μπορούν να γίνουν ομάδες με πράσινα και κίτρινα;»
- «Άρα μπορούν να ομαδοποιηθούν με βάση το χρώμα τους.»
- «Μπορούν να γίνουν ομάδες με κύκλους και τετράγωνα;»
- «Άρα μπορούν να ομαδοποιηθούν με βάση το σχήμα τους.»

Παράδειγμα 3.3: Χρήση παραδείγματος για την ταξινόμηση αντικειμένων σε ομάδες.

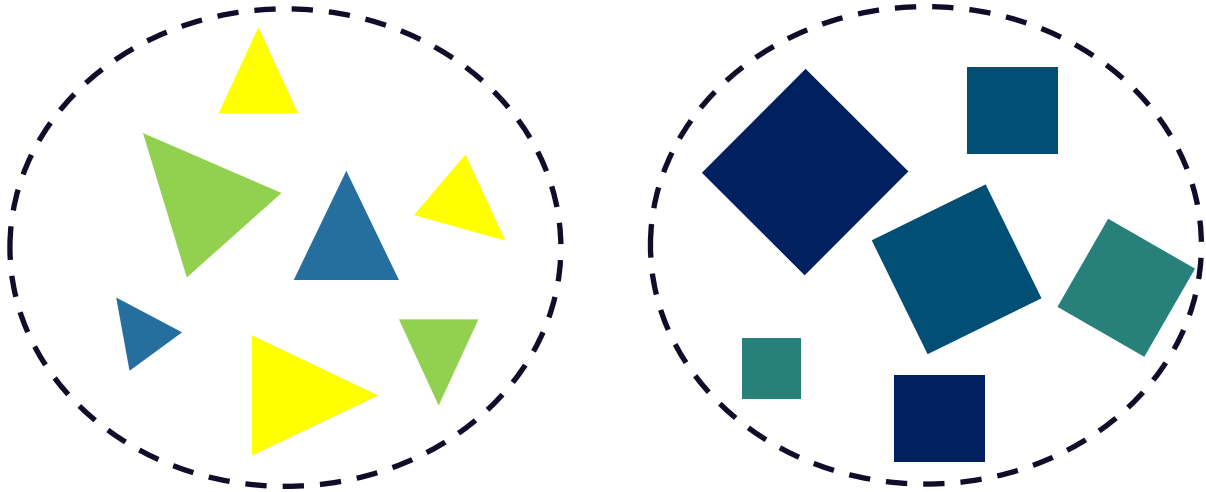
Στην συνέχεια οι μαθητές καλούνται να ταξινομήσουν οι ίδιοι αντικείμενα με βάση κάποιο κοινό χαρακτηριστικό τους. Συγκεκριμένα, οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τα αντικείμενα με ίδιο χρώμα, ίδιο σχήμα ή ίδιο μέγεθος, ώστε να τα ομαδοποιήσουν. Τα Παραδείγματα 3.4 και 3.5 δείχνουν δραστηριότητες για την ταξινόμηση με βάση κάποιο κριτήριο (χρώμα, σχήμα ή μέγεθος).

Να εξηγήσεις με ποιο κριτήριο μπορούν να γίνουν ομάδες τα πιο κάτω αντικείμενα.

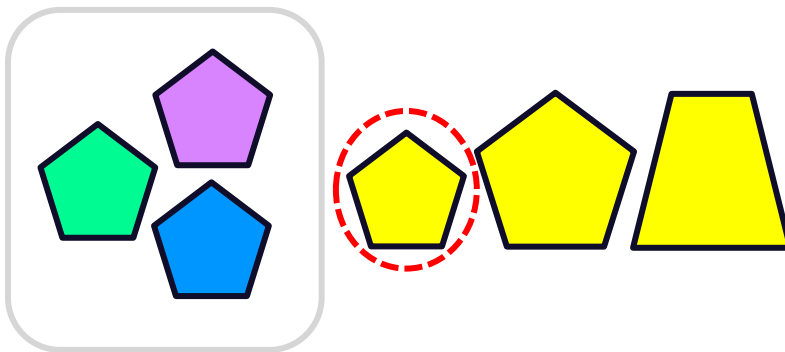


Παράδειγμα 3.4: Δραστηριότητα ταξινόμησης σε ομάδες με βάση συγκεκριμένα κριτήρια

Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο έχουν ομαδοποιηθεί τα αντικείμενα.



Να βάλεις σε κύκλο το σχήμα που ανήκει σε κάθε ομάδα



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Με ποιο τρόπο ομαδοποιήθηκαν τα αντικείμενα;»

«Ποιο κοινό χαρακτηριστικό έχουν τα σχήματα της ομάδας αυτής; ...»

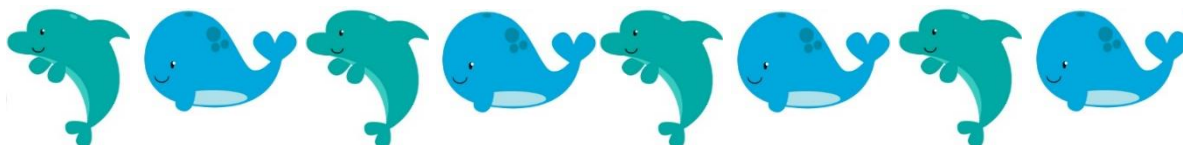
«Ποιο σχήμα ανήκει στην ομάδα αυτή;»

Παράδειγμα 3.5: Δραστηριότητα ταξινόμησης σε ομάδες με βάση το σχήμα

3.1.4. Αναγνώριση και επέκταση μοτίβων

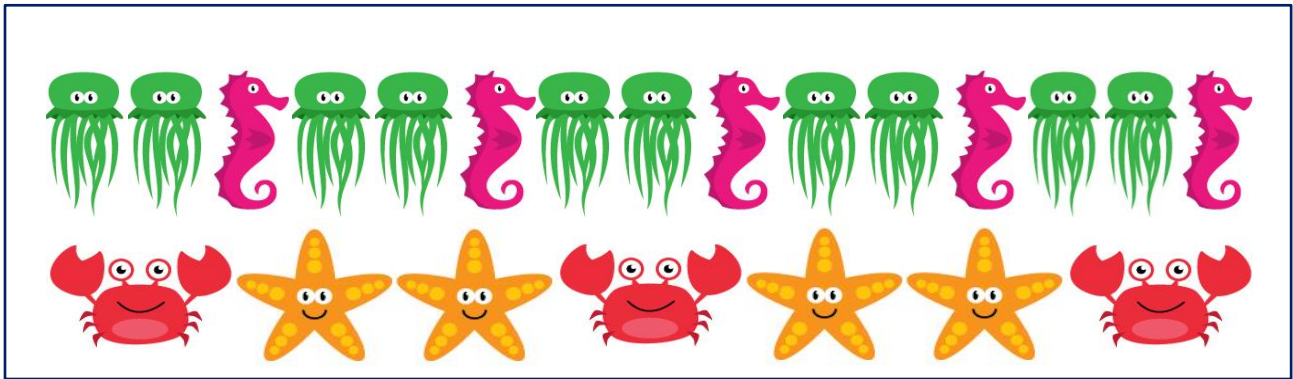
Οι μαθητές αναμένεται να αναπτύξουν τη δεξιότητα αναγνώρισης μοτίβων, ώστε σε μεταγενέστερο στάδιο να είναι σε θέση να δημιουργούν μοτίβα, με βάση κάποιο κανόνα. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, πραγματοποιείται αρχικά παρουσίαση επαναλαμβανόμενων μοτίβων δύο όρων (ΑΒ) στους μαθητές, ώστε να περιγράψουν τα μοτίβα και να αναγνωρίσουν την επανάληψη των όρων. Όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.6, μια δραστηριότητα αναγνώρισης μοτίβων αρχίζει με ένα μοτίβο της μορφής ΑΒ, συνεχίζει με μοτίβα που ακολουθούν τη μορφή ΑΑΒ και καταλήγει σε μοτίβα ΑΒΒ. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές εξασκούνται σε διαφορετικές μορφές μοτίβων, από την πιο εύκολη στην πιο σύνθετη.

Να περιγράψεις κάθε μοτίβο.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Εδώ υπάρχει ένα δελφίνι (δείχνουμε τον πρώτο όρο), μια φάλαινα, ένα δελφίνι...μπορείς να συνεχίσεις το μοτίβο;»



Παράδειγμα 3.6: Δραστηριότητα αναγνώρισης μοτίβων

Στο επόμενο στάδιο της διδασκαλίας, δίνονται στους μαθητές μοτίβα της μορφής AB, ώστε να αναγνωρίσουν τον κανόνα και να τα επεκτείνουν, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.7.

Να παρατηρήσεις προσεκτικά το μοτίβο και να χρωματίσεις το τελευταίο σχήμα.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Τι παρατηρείς στο μοτίβο;»

«Με ποιο χρώμα θα χρωματίσεις την καρδιά, για να συνεχίσεις το μοτίβο;»

Παράδειγμα 3.7: Δραστηριότητα αναγνώρισης μοτίβων

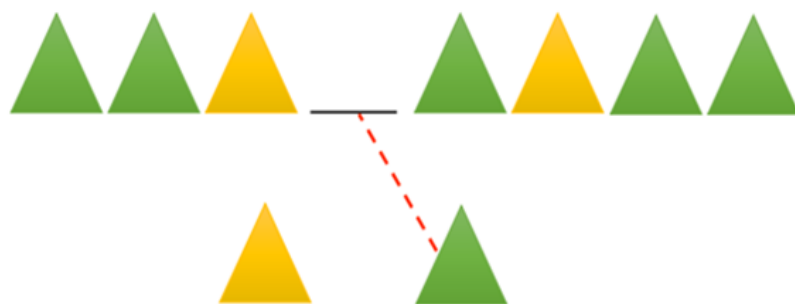
3.1.5. Συμπλήρωση μοτίβων

Αφού οι μαθητές είναι σε θέση να αναγνωρίζουν και να επεκτείνουν μοτίβα διάφορων μορφών, εισάγονται σταδιακά και άλλες μορφές μοτίβων όπως AAB, BBA, ABB, BAA, ABΓ. Κατά τη

διδασκαλία παρουσιάζονται μοτίβα χρωμάτων, όλων των προαναφερόμενων μορφών, όπως για παράδειγμα κίτρινο – κίτρινο – μπλε, κόκκινο – μπλε – μπλε, κίτρινο – μπλε – κόκκινο κτλ. Στο Παράδειγμα 3.8 παρουσιάζεται μια δραστηριότητα στην οποία οι μαθητές καλούνται να βρουν τον κανόνα και συμπληρώνουν το μοτίβο με βάση ένα συγκεκριμένο κριτήριο (σχήμα, χρώμα).

Να σχεδιάσεις μια γραμμή, για να ενώσεις το σχήμα που συμπληρώνει το μοτίβο.

Παράδειγμα:



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Ποιο κανόνα ακολουθεί το μοτίβο;»

«Ποιο χρώμα θα πρέπει να έχει το τρίγωνο, ώστε να συνεχιστεί το μοτίβο;»

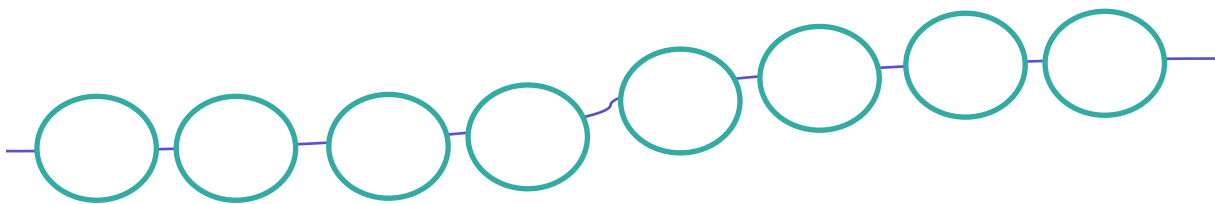
Παράδειγμα 3.8: Χρήση παραδείγματος για την εύρεση του κανόνα σε μοτίβο

3.1.6. Κατασκευή Μοτίβων

Στο τελευταίο στάδιο της διδασκαλίας της θεματικής ενότητας των μοτίβων, οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν δικά τους μοτίβα που να ακολουθούν έναν συγκεκριμένο κανόνα. Η διδασκαλία αρχίζει

με δοσμένα πλαίσια τα οποία οι μαθητές καλούνται να τροποποιήσουν, ανάλογα με το μοτίβο το οποίο θέλουν να δημιουργήσουν. Η εκπαιδευτικός παρακινεί τους μαθητές να δημιουργήσουν μοτίβα διαφορετικών μορφών, προκειμένου να παρατηρήσει την πρόοδο κάθε μαθητή ξεχωριστά, όπως δείχνει το Παράδειγμα 3.9.

Να χρωματίσεις τα σχήματα, με οποίο τρόπο θέλεις, για να δημιουργήσεις τα δικά σου μοτίβα.



Ενδεικτικές ερωτήσεις και απαντήσεις:

«Με ποιο τρόπο γίνεται να κατασκευάσεις το μοτίβο; ... Γίνεται να ξεκινήσεις από το χρώμα μπλε, έπειτα κόκκινο, κόκκινο, μπλε... Τώρα ποιο χρώμα θα έλεγες να ακολουθήσει;»

«Ποιος είναι ο κανόνας του μοτίβου που κατασκεύασες;»

Παράδειγμα 3.9: Δραστηριότητα κατασκευής μοτίβων

3.2 ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

3.2.1 Εισαγωγή

Η διδασκαλία ξεκινά με την παρουσίαση τόσο αντικειμένων όσο και εικόνων, ώστε οι μαθητές να απαριθμούν με αντιστοιχία ένα προς ένα. Γίνεται εισαγωγή στην αισθητοποίηση αριθμών μέχρι το πέντε, και έπειτα μέχρι το δέκα και στην αναπαράστασή τους με διαφορετικούς τρόπους. Επιπρόσθετα, δίνεται έμφαση στην ορθή γραφή των αριθμών. Τέλος, η διδασκαλία εστιάζεται στη σειροθέτηση και σύγκριση μεταξύ των αριθμών μέχρι το δέκα. Πιο κάτω παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο δομείται η διδασκαλία για την αισθητοποίηση των αριθμών. Ειδικότερα, αναλύεται η εισαγωγή στην απαρίθμηση των αριθμών μέχρι το 10, η έμφαση στη σύνδεση της λεκτικής, της ποσοτικής και της συμβολικής μορφής των αριθμών και η ανάπτυξη της αυτόματης αναγνώρισης των αριθμών. Στη συνέχεια, επεξηγείται η διδασκαλία αισθητοποίησης αριθμών σε μικτές ομάδες αντικειμένων, η αναπαράσταση αριθμών μέχρι το 10 και τέλος η έμφαση στη γραφή των αριθμών.

3.2.2 Απαρίθμηση αριθμών μέχρι το 10

Στους μαθητές αρχικά παρουσιάζονται 1 μέχρι 5 αντικείμενα για απαρίθμηση ενώ στη συνέχεια οι μαθητές εξασκούνται σε δραστηριότητες με απαρίθμηση 6 μέχρι 10 αντικείμενων. Οι μαθητές καλούνται να απαριθμήσουν αντικείμενα σε ομάδες και να αντιληφθούν ότι υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ των αντικειμένων. Δηλαδή, καλούνται να απαριθμήσουν μια μόνο φορά κάθε αντικείμενο, το οποίο και δείχνει η εκπαιδευτικός. Παρουσιάζει στους μαθητές ομάδες ίδιων αντικειμένων κάθε φορά, ώστε να εστιάζεται η προσοχή τους στην απαρίθμηση.

Αφού παρουσιαστούν πολλά παραδείγματα, οι μαθητές καλούνται να απαριθμήσουν διάφορες ομάδες αντικειμένων με τον ίδιο τρόπο. Ενθαρρύνονται να εξηγήσουν τη σκέψη τους, χρησιμοποιώντας ολοκληρωμένες προτάσεις, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.10 και 3.11.



1 2 3 4



1 2 3 4 5

Ενδεικτικές ερωτήσεις και απαντήσεις:

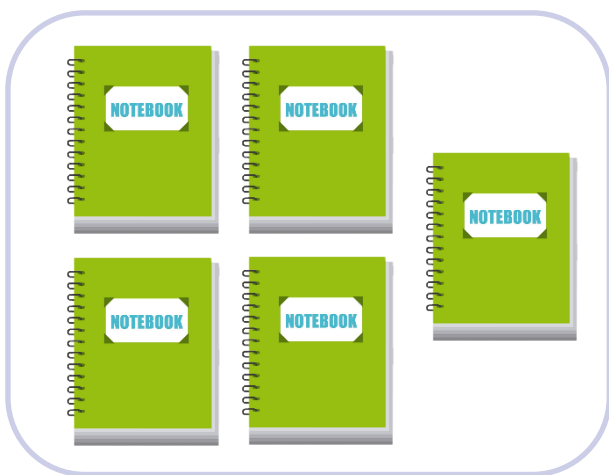
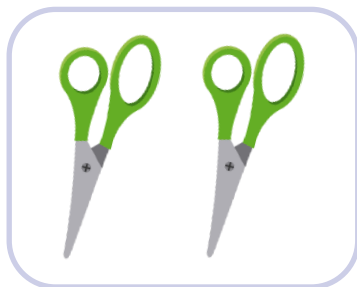
«Πόσα είναι όλα;»

«Ένα, δύο, τρία, τέσσερα... Υπάρχουν τέσσερα κουτιά.»

«Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε... Υπάρχουν πέντε πιπεριές.»

Παράδειγμα 3.10: Απαρίθμηση αντικειμένων με αντιστοιχία 1-1

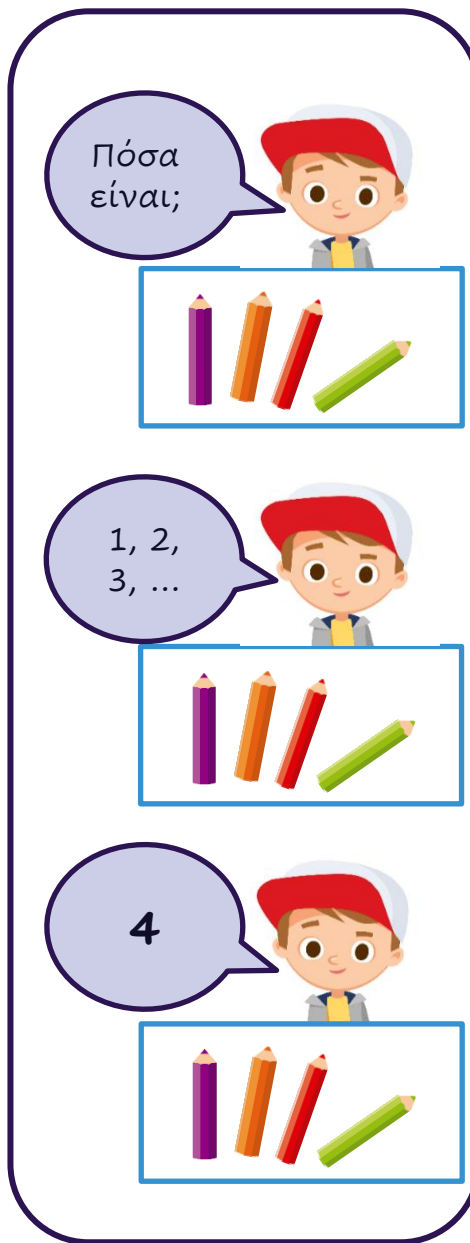
Πόσα αντικείμενα υπάρχουν
σε κάθε ομάδα;



Ενδεικτικές ερωτήσεις και απαντήσεις:

«Πόσα πινέλα είναι όλα;»

«Ένα, δύο, τρία... Υπάρχουν τρία πινέλα».



Πόσα είναι;

1, 2,
3, ...

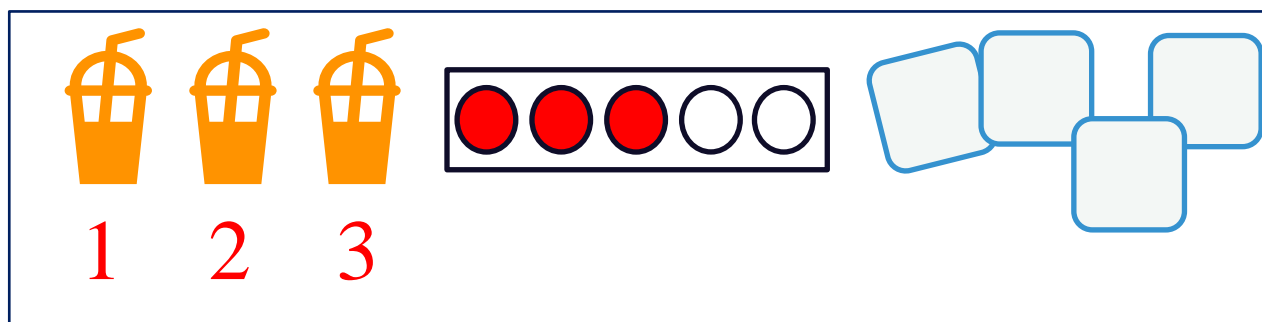
4

Παράδειγμα 3.11: Δραστηριότητα για την απαρίθμηση αντικειμένων

3.2.3 Λεκτική- ποσοτική- συμβολική μορφή αριθμών.

Οι μαθητές καλούνται να απαριθμήσουν τα αντικείμενα, να χρωματίσουν στο πλέγμα τόσες κουκκίδες όσες το σύνολο των αντικειμένων και να επιλέξουν την καρτέλα με τον αντίστοιχο αριθμό, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.12.

Η εκπαιδευτικός παρέχει στους μαθητές πολλαπλές αναπαραστάσεις, ώστε να αντιληφθούν την έννοια του αριθμού. Επιπρόσθετα, παρουσιάζεται στους μαθητές η συμβολική μορφή του αριθμού, ώστε οι μαθητές να συσχετίζουν την εικονική με τη συμβολική του μορφή. Έτσι, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν εικονικές αναπαραστάσεις, πλέγμα του 5 (για αριθμούς μέχρι το 5) και πλέγμα του 10 (για αριθμούς μέχρι το 10), καθώς επίσης, καρτέλες με τους αριθμούς σε συμβολική μορφή



Παράδειγμα 3.12: Πραγματικά υλικά, εικόνες και σύμβολα για την αισθητοποίηση των αριθμών μέχρι το 10

Οι μαθητές καλούνται να απαριθμήσουν τα αντικείμενα, να χρωματίσουν στο πλέγμα τόσες κουκκίδες όσες το σύνολο των αντικειμένων και να επιλέξουν το σύμβολο στο οποίο αντιστοιχεί ο αριθμός (Παράδειγμα 3.13).

Να συμπληρώσεις, όπως το παράδειγμα.



1 2 3 4 5



1 2 3 4 5

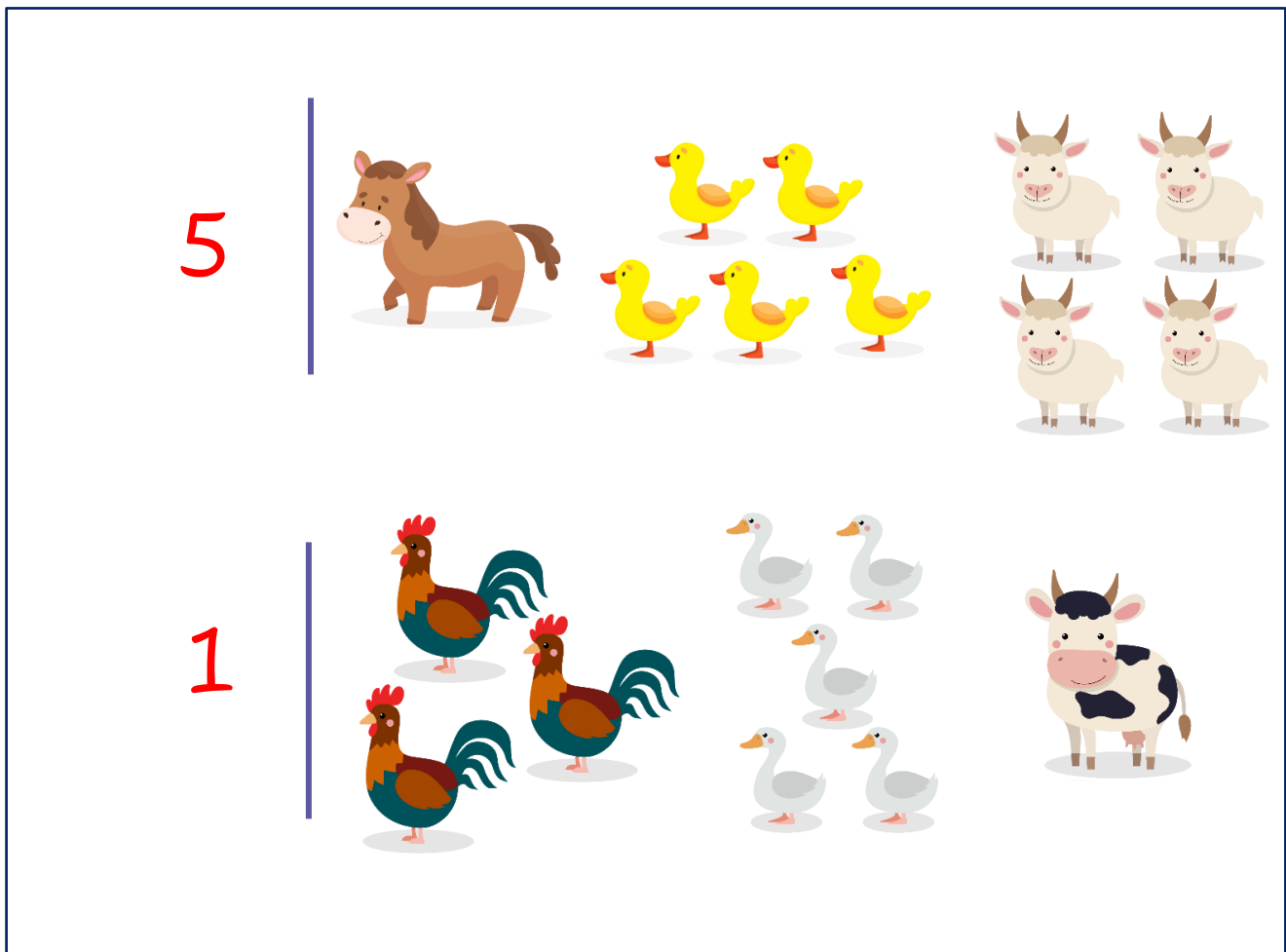


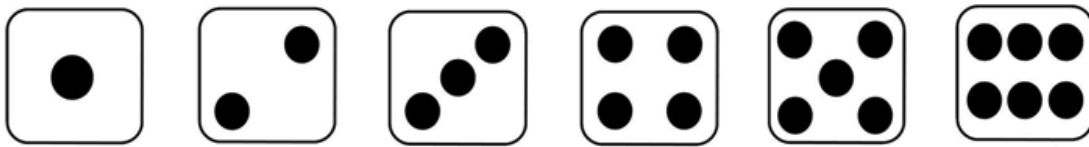
1 2 3 4 5

Παράδειγμα 3.13: Δραστηριότητα για την αισθητοποίηση αριθμών μέχρι το 5

3.2.4 Αυτόματη αναγνώριση ποσότητας.

Σε επόμενο στάδιο της απαρίθμησης με αντιστοιχία ένα προς ένα, παρουσιάζονται στους μαθητές εικόνες με αντικείμενα που είναι τοποθετημένα με οργανωμένο τρόπο. Για να ενθαρρύνουμε τους μαθητές να αναγνωρίζουν αυτόματα τον πληθικό αριθμό αντικειμένων, χρησιμοποιούνται ζάρια ή ντόμινο ή εικονικές αναπαραστάσεις, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.14.





Ενδεικτική ερώτηση:

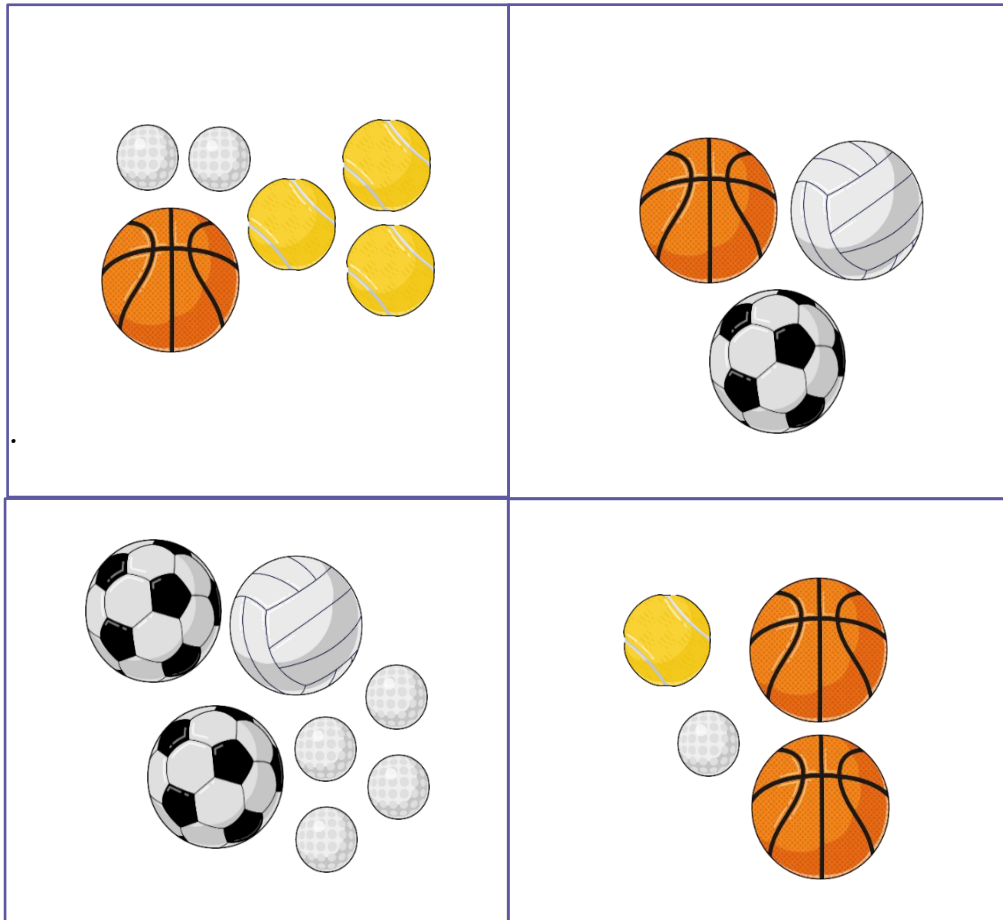
«Μπορείς να βρεις πόσα είναι όλα, χωρίς να μετρήσεις;»

Παράδειγμα 3.14: Αισθητοποίηση με βάση τη δομή των αριθμών μέσα από εικόνες.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται στους μαθητές ομάδες αντικειμένων που ανήκουν σε μια κατηγορία, όπως για παράδειγμα, διαφορετικές μπάλες, διαφορετικά λουλούδια, μολύβια διαφορετικού χρώματος. Οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τον πληθικό αριθμό των αντικειμένων σε κάθε εικόνα (Παράδειγμα 3.15).



Να βάλεις σε κύκλο τον ορθό αριθμό για τις μπάλες της αντισφαίρισης.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσες είναι οι μπάλες αντισφαίρισης;»

«Πόσες είναι οι μπάλες καλαθοσφαίρισης;»

«Πόσες είναι οι μπάλες πετοσφαίρισης;»

«Πόσες είναι όλες οι μπάλες»

Παράδειγμα 3.15: Δραστηριότητα με μικτές ομάδες αντικειμένων

3.2.5 Αναπαράσταση αριθμών μέχρι το 10

Όταν οι μαθητές είναι σε θέση να απαριθμούν και να αναγνωρίζουν τους αριθμούς μέχρι το 10, επιδιώκεται η αναπαράσταση των αριθμών μέχρι το 10, η οποία βοηθά τους μαθητές να αντιληφθούν τις πολλαπλές σχέσεις των αριθμών. Παρουσιάζεται στους μαθητές ένα πλέγμα 10X10, στο οποίο ενθαρρύνονται να αναπαραστήσουν με διάφορους τρόπους τους αριθμούς, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.16.

Ενδεικτικές ερωτήσεις

«Ο αριθμός 5 είναι 2 και 2 και 1.»

«Ο αριθμός 5 είναι 1 και 4.»

«Με ποιους τρόπους μπορείς να σχεδιάσεις 5 κουκκίδες;»


«Με ποιους τρόπους μπορείς να σχεδιάσεις 10 κουκκίδες;»


Παράδειγμα 3.16: Αναπαράσταση αριθμών στο πλέγμα με διαφορετικούς τρόπους

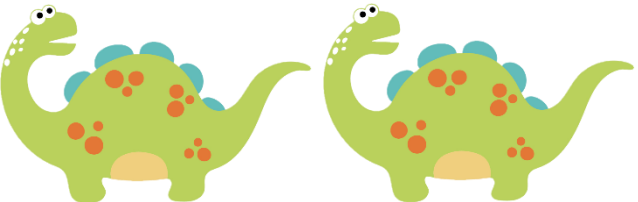
3.2.6 Γραφή αριθμών μέχρι το 10

Δίνεται έμφαση στην ορθή γραφή των αριθμών ενώ παρέχεται χρόνος στους μαθητές να εξασκηθούν, μέσω δομημένων ασκήσεων γραφής. Στις δραστηριότητες για τη γραφή του αριθμού χρησιμοποιείται επίσης η εικονική αναπαράσταση του αριθμού, ώστε οι μαθητές να βλέπουν εικονικά την ποσότητα που αναπαριστά ο αριθμός που γράφουν (Παράδειγμα 3.17).

1. Να γράψεις τον αριθμό.







Παράδειγμα 3.17: Δραστηριότητα για την γραφή αριθμών

3.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ- ΣΕΙΡΟΘΕΤΗΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

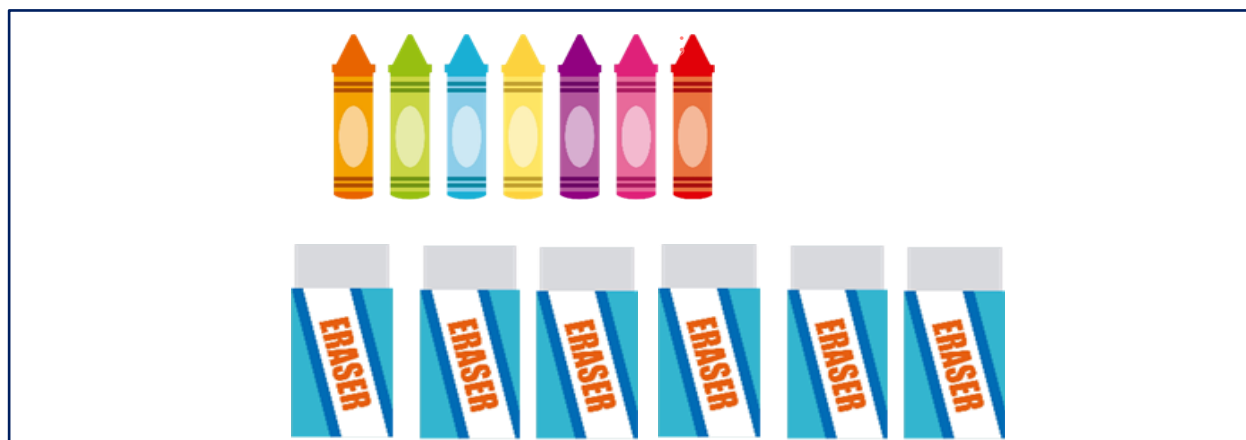
3.3.1 Εισαγωγή

Όταν οι μαθητές είναι σε θέση να αναγνωρίζουν και να αναπαριστούν τους αριθμούς, δίνεται έμφαση στη σειροθέτηση και σύγκριση των αριθμών. Αρχικά, επιδιώκεται η σύγκριση δύο συνόλων κατά πόσον

είναι ή όχι ισοδύναμα, τόσο με τη χρήση αντικειμένων, όσο και με εικονικές αναπαραστάσεις. Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να εντοπίζουν την ομάδα με τα περισσότερα ή τα λιγότερα αντικείμενα. Τέλος, οι μαθητές καλούνται να συγκρίνουν και να σειροθετούν αριθμούς σε συμβολική μορφή. Πιο κάτω, περιγράφονται οι πτυχές αυτές, στις οποίες δίνεται έμφαση στη σύγκριση και σειροθέτηση αριθμών.

3.3.2 Ισοδυναμία

Παρουσιάζονται στους μαθητές αντικείμενα τα οποία είναι οργανωμένα σε δύο ομάδες, με τρόπο ώστε οι μαθητές να διευκολύνονται στην αντιστοιχία ένα προς ένα. Τα αντικείμενα είναι σημαντικό να ανήκουν στην ίδια κατηγορία, όπως για παράδειγμα μολύβια διαφορετικού χρώματος, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.18.




Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Είναι τα σβηστήρια όσα τα μολύβια;»

«Υπάρχει ένα μολύβι για κάθε σβηστήρι;»

Παράδειγμα 3.18: Σύγκριση δύο συνόλων με τη χρήση διακριτών αντικειμένων

Στη συνέχεια, γίνεται μετάβαση στη διδασκαλία σε εικονικό επίπεδο. Παρουσιάζονται στους μαθητές εικόνες δύο συνόλων, για να αντιστοιχίσουν ένα προς ένα τα αντικείμενα των δύο συνόλων με στόχο τη σύγκρισή τους. Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί πλέγμα (Παράδειγμα 3.19), ώστε οι μαθητές να συγκρίνουν τα δύο σύνολα και να διαπιστώσουν κατά πόσον είναι ισοδύναμα, κάνοντας αντιστοιχία ένα προς ένα.



The illustration shows four children on the left, each holding a string to a kite of a different color: blue, pink, green, and red. On the right, there is a 2x4 grid. The top row contains four umbrellas of different colors: purple, teal, red, and yellow. The bottom row contains three children: a girl in a red shirt, a girl in a blue dress and yellow hat, and a boy in a striped shirt. The fourth cell in the bottom row is empty.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Είναι οι χαρταετοί όσα και τα παιδιά;»

«Υπάρχει ένας χαρταετός για κάθε παιδί;»

«Είναι οι ομπρέλες όσα και τα παιδιά;»

«Υπάρχει μια ομπρέλα για κάθε παιδί;»

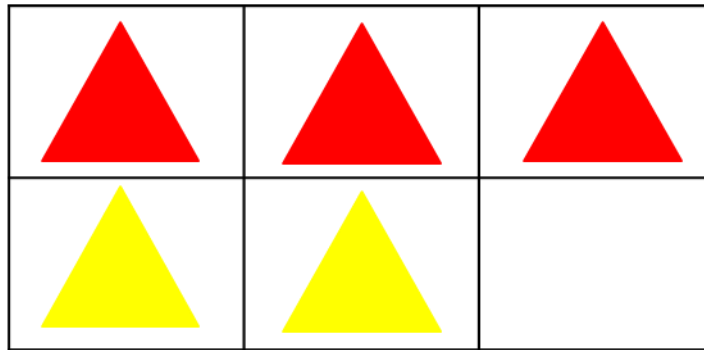
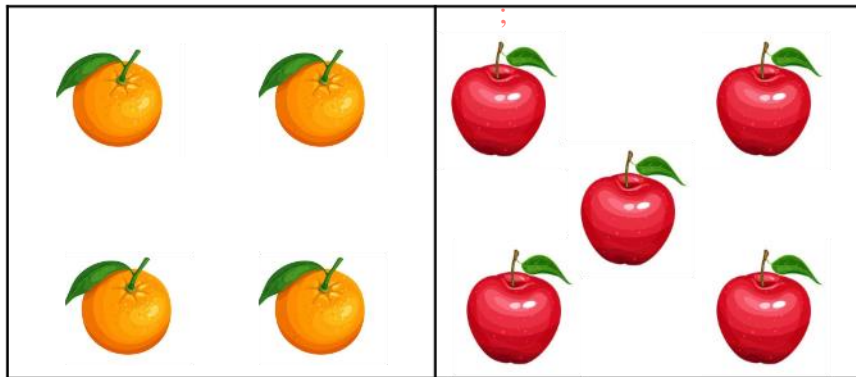
Παράδειγμα 3.19: Χρήση εικόνας για τη σύγκριση δύο συνόλων.

3.3.3 Περισσότερα-λιγότερα

Σε συνέχεια της διδασκαλίας για τη σύγκριση αριθμών, οι μαθητές καλούνται να συγκρίνουν δύο ομάδες αντικειμένων και να βρουν την ομάδα με τα περισσότερα ή λιγότερα αντικείμενα.

Αρχικά, εισάγονται δραστηριότητες οι οποίες στοχεύουν στην αναγνώριση της ομάδας με τα περισσότερα αντικείμενα. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να συγκρίνουν τις δύο ομάδες και να βρουν την ομάδα με τα περισσότερα αντικείμενα. Έτσι, χρησιμοποιούνται ομάδες αντικειμένων που ανήκουν στην ίδια κατηγορία και διαφέρουν ως προς το χρώμα, ή το μέγεθος ή το σχήμα, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.20 και 3.21. Επιπρόσθετα, η αναπαράσταση των δύο ομάδων σε πλέγμα επιτρέπει στους μαθητές να συγκρίνουν ευκολότερα τις δύο ποσότητες και να διαπιστώνουν ποια ομάδα έχει τα περισσότερα αντικείμενα.

Τέλος, ενθαρρύνουμε με τον ίδιο τρόπο τους μαθητές να εντοπίσουν την ομάδα με τα λιγότερα αντικείμενα.



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

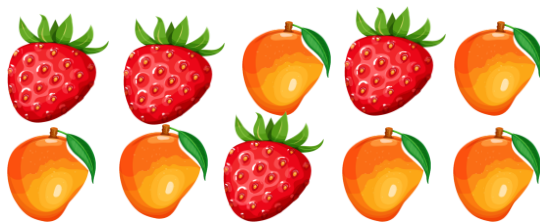
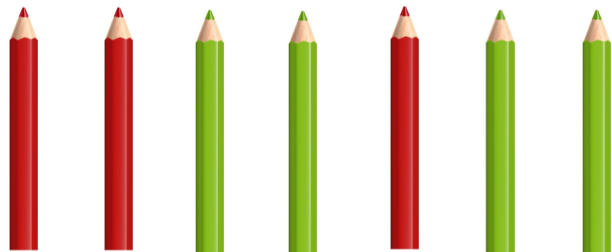
«Πόσα είναι τα κόκκινα τρίγωνα;»

«Πόσα είναι τα κίτρινα τρίγωνα;»

«Ποια είναι τα περισσότερα τρίγωνα τα κόκκινα ή τα κίτρινα;»

«Ποια είναι τα λιγότερα τρίγωνα τα κόκκινα ή τα κίτρινα;»

Παράδειγμα 3.20: Σύγκριση αντικειμένων σε ομάδες



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσα είναι τα κόκκινα μολύβια;»

«Πόσα είναι τα πράσινα μολύβια;»

«Είναι τα κόκκινα μολύβια περισσότερα από τα πράσινα ή είναι τα ίδια;»

«Είναι οι φράουλες λιγότερες από τα μάγκο ή είναι τα ίδια;»

Παράδειγμα 3.21: Σύγκριση δύο συνόλων σε μικτή ομάδα αντικειμένων

3.3.4 Γραφή αριθμών

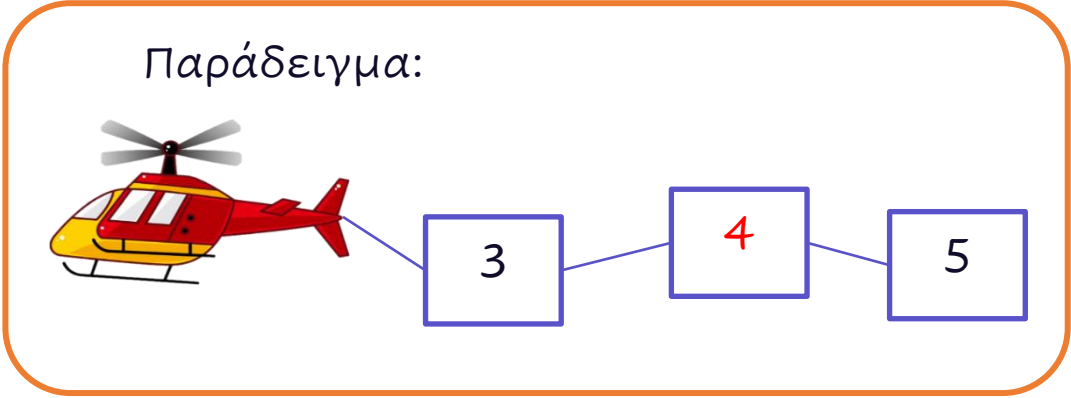
Μετά την ενασχόληση των μαθητών με τη σύγκριση αντικειμένων και εικόνων, η διδασκαλία εστιάζεται στο συμβολικό επίπεδο. Οι μαθητές καλούνται να σειροθετούν αριθμούς μέχρι το δέκα, τοποθετώντας τους σε σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

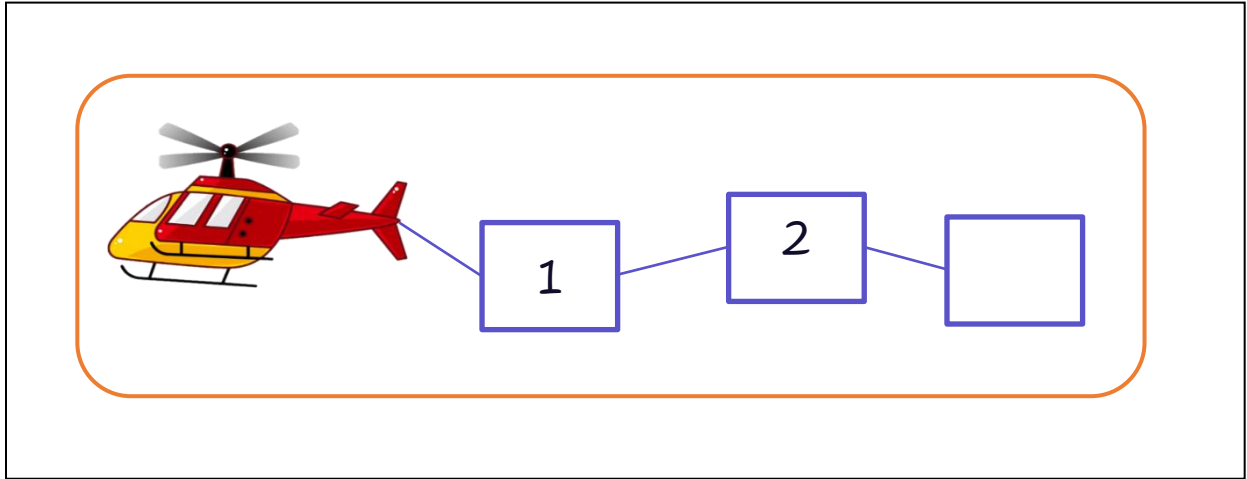
Η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στους μαθητές τρεις αριθμούς τους οποίους οι μαθητές καλούνται να συγκρίνουν και να τους βάλουν σε σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο. Μετά η εκπαιδευτικός παρουσιάζει στους μαθητές περισσότερους από τρεις αριθμούς. Στη συνέχεια, οι μαθητές εξασκούνται σε δραστηριότητες σειροθέτησης αριθμών από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο.

Για τη σειροθέτηση αριθμών χρησιμοποιούμε επίσης, δραστηριότητες με αριθμητική γραμμή. Πιο κάτω, παρουσιάζονται διαφορετικά παραδείγματα για τη σειροθέτηση αριθμών (βλ. Παραδείγματα 3.22, 3.23 και 3.24).

Να γράψεις τους αριθμούς που λείπουν.

Παράδειγμα:





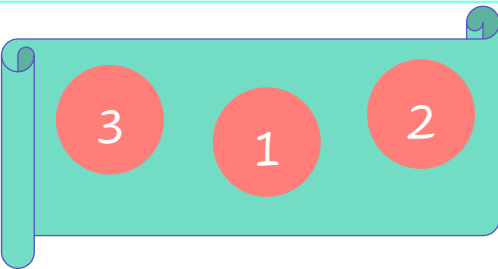
Παράδειγμα 3.22: Δραστηριότητα για τη σειροθέτηση αριθμών

Να γράψεις τους αριθμούς σε σειρά από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο.

Παράδειγμα:



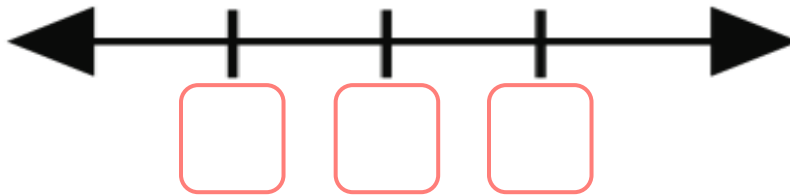
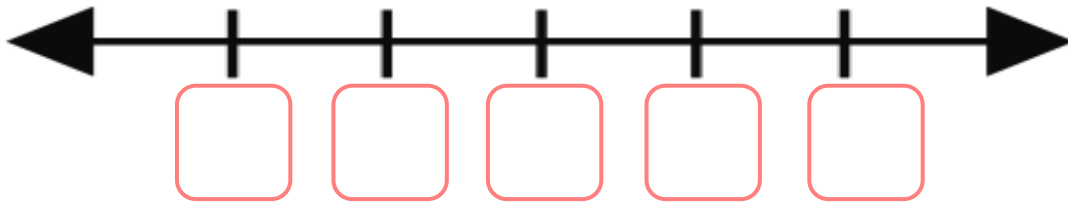
_____ 5, 4, 3, 2 _____



Παράδειγμα 3.23: Δραστηριότητα για τη σειροθέτηση αριθμών

Να γράψεις τους αριθμούς που λείπουν στις αριθμητικές γραμμές.

Παράδειγμα:



Παράδειγμα 3.24: Δραστηριότητα για τη σειροθέτηση αριθμών, με τη χρήση αριθμητικής γραμμής

3.4 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

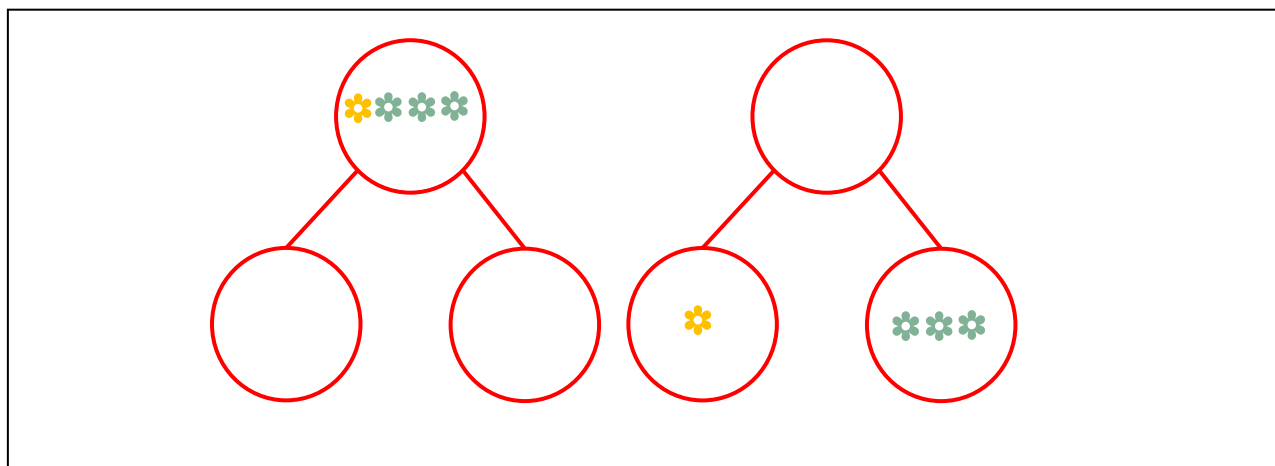
3.4.1 Εισαγωγή

Η διδασκαλία της πρόσθεσης πραγματοποιείται αρχικά με τη χρήση αντικειμένων, και οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να υπολογίζουν αθροίσματα και διαφορές με τη χρήση αντικειμένων. Στη συνέχεια, οι δραστηριότητες περιλαμβάνουν εικονικές αναπαραστάσεις ενώ σταδιακά γίνεται η μετάβαση σε δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν αθροίσματα και διαφορές σε συμβολική αναπαράσταση. Επιπρόσθετα, η διδασκαλία δίνει έμφαση στη σχέση πρόσθεσης και αφαίρεσης ως αντίθετες πράξεις. Πιο κάτω περιγράφονται οι διδακτικές προσεγγίσεις για την πρόσθεση και αφαίρεση.

3.4.2 Πρόσθεση

Για την εισαγωγή στην πρόσθεση αρχικά παρουσιάζεται στους μαθητές το όλο, το οποίο μπορεί να διαχωριστεί σε δύο μέρη. Στη συνέχεια γίνεται η αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή τα δύο μέρη να ενωθούν και να δώσουν το όλο. Η διδασκαλία εστιάζεται στην κατανόηση των μαθητών της πρόσθεσης ως άθροισμα δύο (ή περισσότερων) προσθετέων. Γίνεται εξάσκηση στα ζευγάρια αριθμών με άθροισμα μέχρι το 10 και, τέλος, η διδασκαλία εστιάζεται στη χρήση της αντιμεταθετικής ιδιότητας. Πιο κάτω παρουσιάζονται οι διδακτικές προσεγγίσεις της πρόσθεσης.

Μέρος- Όλο. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να διαχωρίσουν έναν αριθμό σε δύο μέρη, χρησιμοποιώντας υλικά, όπως για παράδειγμα κύβους unifix , όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.25. Οι μαθητές, μετακινώντας τα υλικά από το πλαίσιο του «όλου» στα επιμέρους αναλύουν τον αριθμό ενώ μετακινώντας τα υλικά από τα επιμέρους σύνολα στο «όλο» συνθέτουν τον αριθμό. Με αυτό τον τρόπο, οι μαθητές κατανοούν τη σχέση μεταξύ του «όλου» και των «επιμέρους».

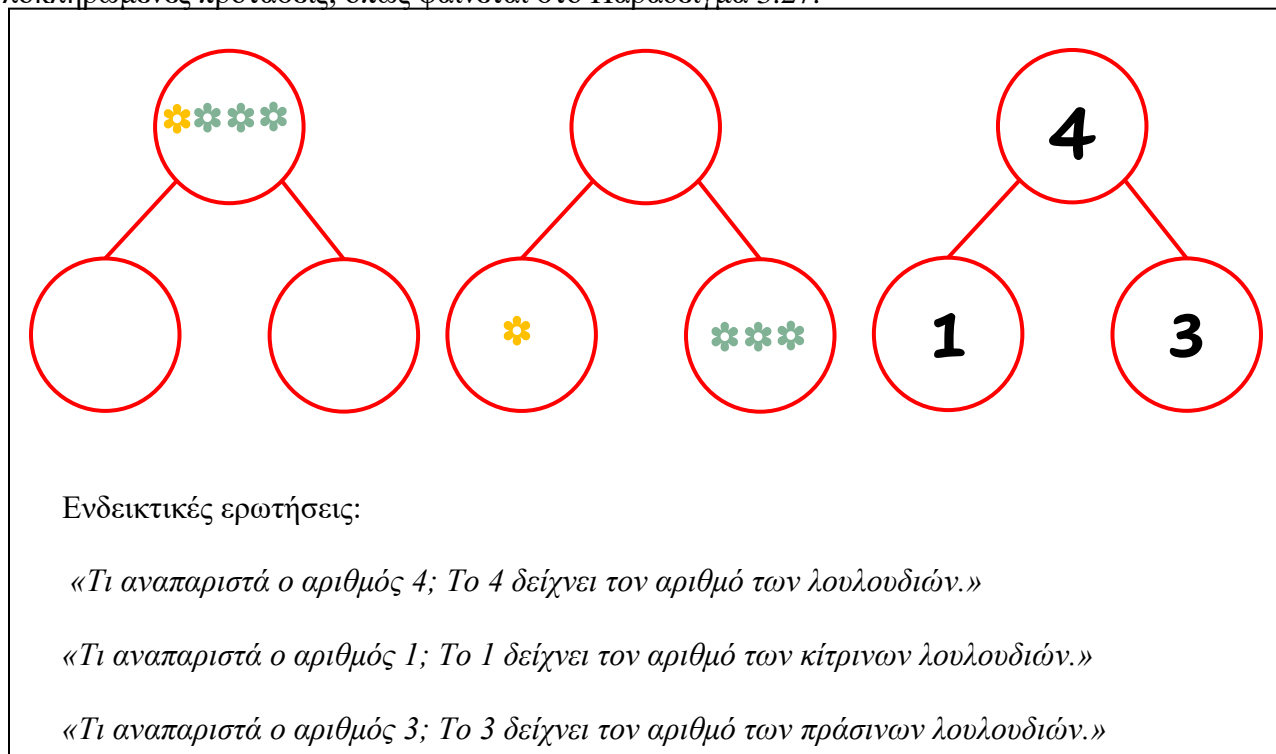


Παράδειγμα 3.25: Ανάλυση και σύνθεση του αριθμού 4, με την χρήση υλικών και εικονικών πλαισίων

Παράλληλα, κατά την ανάλυση των αριθμών με τη χρήση υλικών, χρησιμοποιείται ένα πλαίσιο για τη συμβολική αναπαράσταση της διαδικασίας. Η συνεχής σύνδεση των υλικών ή των εικόνων με τη συμβολική τους μορφή επιτρέπει στους μαθητές να κατανοήσουν τη σχέση μεταξύ των ποσοτήτων.

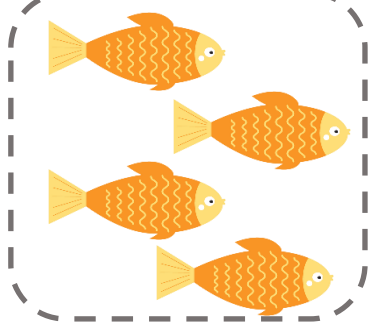
Τέλος, οι μαθητές ενθαρρύνονται να βρουν όσο το δυνατόν περισσότερους τρόπους, για να αναλύσουν έναν αριθμό. Στη φάση αυτή της διδασκαλίας, γίνεται χρήση κύβων unifix ίδιου χρώματος, ώστε οι μαθητές να εστιάσουν την προσοχή τους στην ανάλυση του αριθμού των κύβων σε επιμέρους, ανεξάρτητα από το χρώμα τους.

Ενθαρρύνουμε τους μαθητές να περιγράψουν τη διαδικασία ανάλυσης και σύνθεσης αριθμών, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.26. Επίσης, η εκπαιδευτικός βοηθά τους μαθητές να διατυπώνουν ολοκληρωμένες προτάσεις, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.27.

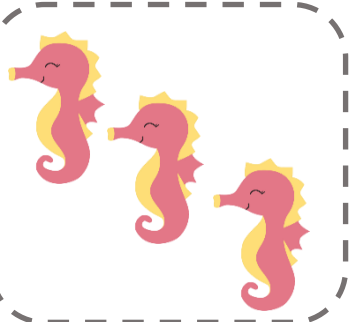
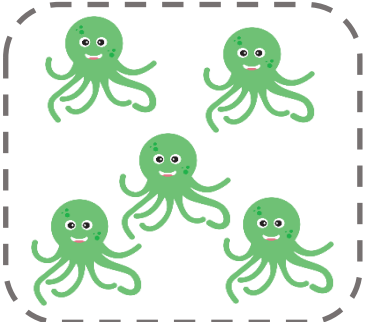


Παράδειγμα 3.26: Ανάλυση και σύνθεση του αριθμού 4, με τη χρήση υλικών και εικονικών πλαισίων

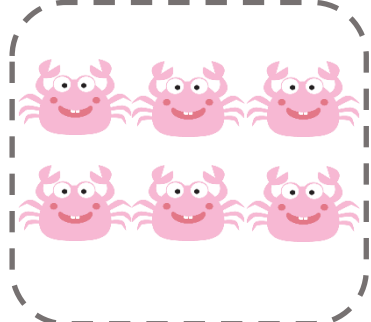
Ισοδυναμία μερών-όλου. Παρουσιάζονται στους μαθητές εικόνες στις οποίες φαίνονται τα δύο μέρη. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να γράφουν ολοκληρωμένες μαθηματικές προτάσεις με βάση τα παραδείγματα.



$$4 + 1 = 5$$



$$\square + \square = \square$$



$$\square + \square = \square$$

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσα είναι τα χρυσόψαρα;»

«Πόσα είναι τα δελφίνια;»

«Πόσα είναι όλα τα ψάρια;»

Παράδειγμα 3.27: Εικονικές αναπαραστάσεις για την πρόσθεση.

Όταν οι μαθητές καλούνται να γράψουν μαθηματικές προτάσεις, η εκπαιδευτικός εισάγει το σύμβολο « $=$ » και το ονομάζει «ίσον», για να δείξει την ισότητα του όλου με το άθροισμα των δύο μερών. Η εκπαιδευτικός επισημαίνει στους μαθητές ότι «Ο αριθμός 5 ισούται με 2 και 3.»

Ζευγάρια αριθμών. Όταν οι μαθητές είναι σε θέση να υπολογίζουν αθροίσματα χρησιμοποιώντας εικονικές αναπαραστάσεις, επιδιώκεται η εξάσκηση των μαθητών στα ζευγάρια αριθμών. Παρουσιάζονται στους μαθητές δραστηριότητες με τα ζευγάρια αριθμών με άθροισμα μέχρι το 5 και έπειτα με άθροισμα μέχρι το 10. Οι μαθητές συμπληρώνουν σε συμβολική μορφή τις μαθηματικές προτάσεις όλων των ζευγαριών αριθμών για κάθε άθροισμα, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.28. Επιδιώκεται οι μαθητές να συμπληρώνουν ολοκληρωμένες προτάσεις όπως,

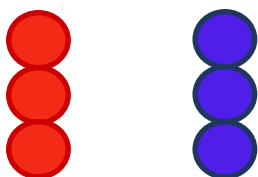
«Το 5 και το 1 είναι ένα ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6.»

«Το 4 και το 2 είναι ένα ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6.»

«Το 3 + 3 έχει άθροισμα 6.»

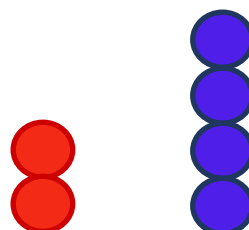
Το 5 και το 1 είναι ένα ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6

$$5 + 1 = 6$$



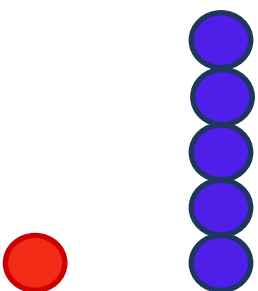
Το _____ και το _____ έχουν
άθροισμα 6.

$$\square + \square = \square 6$$



Το _____ και το _____ είναι ένα
ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6

$$\square + \square = \square 6$$



Το _____ και το _____ είναι ένα
ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6

$$\square + \square = \square 6$$



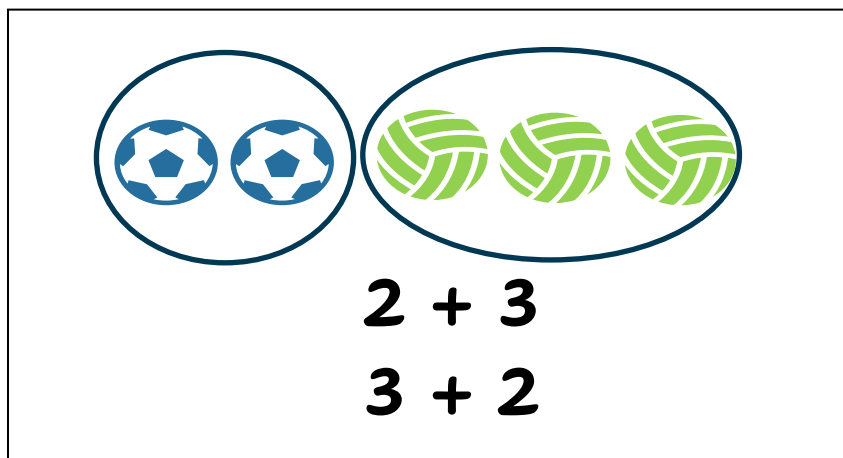
Το _____ και το _____ είναι ένα
ζευγάρι αριθμών με άθροισμα 6

$$\square + \square = \square 6$$

Παράδειγμα 3.28: Δραστηριότητες εξάσκησης στα ζευγάρια αριθμών με άθροισμα 6.

Αντιμεταθετική ιδιότητα. Η διδασκαλία της αντιμεταθετικής ιδιότητας με πολλαπλά παραδείγματα, επιτρέπει στους μαθητές να αντιληφθούν ότι το άθροισμα δύο αριθμών είναι ίδιο ανεξάρτητα από τη σειρά με την οποία τοποθετούνται οι αριθμοί. Έτσι, η μνήμη των μαθητών αποφορτίζεται, καθώς έχουν να υπολογίσουν λιγότερα αθροίσματα.

Χρησιμοποιούνται αντικείμενα, τα οποία παρουσιάζονται σε δύο ομάδες. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να γράψουν τους δύο προσθετέους σε συμβολική μορφή, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.29.



Παράδειγμα 3.29: Δραστηριότητα για την εισαγωγή στην πρόσθεση με τη χρήση αντικειμένων.

Εισάγουμε στους μαθητές το σύμβολο της πρόσθεσης το οποίο προφέρουμε ως «συν». Παράλληλα τονίζουμε και τη λέξη «προσθέτω» στις λεκτικές περιγραφές που αφορούν την πρόσθεση, όπως για παράδειγμα:

«Υπάρχουν 2 μπάλες ποδοσφαίρου και 3 μπάλες πετοσφαίρισης.»

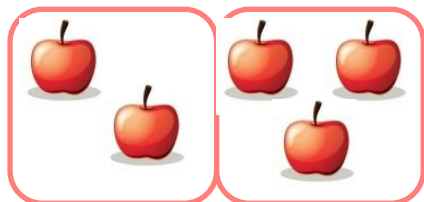
«Γράφουμε 2 συν 3, δηλαδή προσθέτω 2 και 3.»

«Ο αριθμός 2 δείχνει τις δύο μπάλες ποδοσφαίρου και ο αριθμός 3 δείχνει τις 3 μπάλες πετοσφαίρισης.»

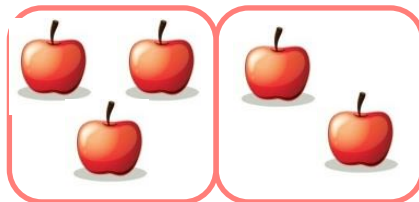
Με τη χρήση πραγματικών υλικών ή εποπτικών μέσων οι μαθητές ενθαρρύνονται να αναπαραστήσουν τις δύο μαθηματικές προτάσεις, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.30. Η εκπαιδευτικός παρακινεί τους μαθητές να γράψουν τις μαθηματικές προτάσεις ώστε να συνδέουν τις οπτικές αναπαραστάσεις αντικειμένων ή εικόνων με τη συμβολική μορφή. Στη συνέχεια, γίνεται εξάσκηση σε δραστηριότητες με εικονικές αναπαραστάσεις, όπως δείχνει το Παράδειγμα 3.31.

The diagram shows two rows of objects. The top row consists of two blue soccer balls in an oval on the left, and three green tennis balls in an oval on the right. To the right of these ovals is the equation $2 + 3 = 5$. The bottom row consists of three green tennis balls in an oval on the left, and two blue soccer balls in an oval on the right. To the right of these ovals is the equation $3 + 2 = 5$. Below the diagrams are two lines of text in Greek: «2 μπάλες ποδοσφαίρου και 3 μπάλες πετοσφαίρισης ισούνται με 5 μπάλες.» and «3 μπάλες πετοσφαίρισης και 2 μπάλες ποδοσφαίρου ισούνται με 5 μπάλες.»

Παράδειγμα 3.30: Αντιμεταθετική ιδιότητα με τη χρήση αντικειμένων

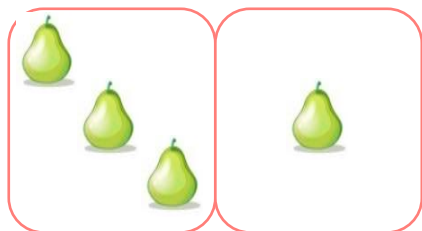


$$\underline{2} + \underline{3} = \underline{5}$$

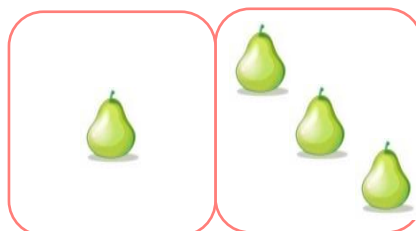


$$\underline{3} + \underline{2} = \underline{5}$$

Όταν προσθέτουμε δύο αριθμούς,
το άθροισμα παραμένει το ίδιο,
ανεξάρτητα από τη σειρά των
αριθμών.



$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Παράδειγμα 3.31: Δραστηριότητα για την πρόσθεση, χρησιμοποιώντας την αντιμεταθετική ιδιότητα

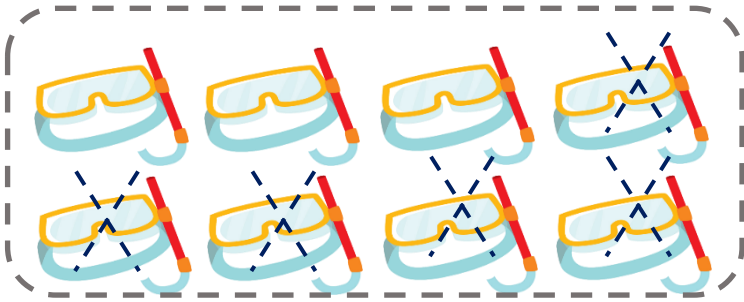
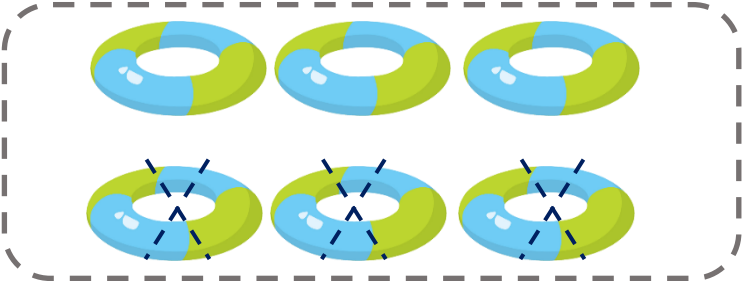
3.4.3 Αφαίρεση

Η εισαγωγή στην αφαίρεση γίνεται με τη χρήση εικονικών αναπαραστάσεων. Το Παράδειγμα 3.32 δείχνει τη μείωση ενός αριθμού αντικειμένων, ώστε οι μαθητές να αντιληφθούν την έννοια του μειωτέου.

Η εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές να γράψουν τις μαθηματικές προτάσεις αφαίρεσης με βάση τις εικόνες.

Να συμπληρώσεις τις μαθηματικές προτάσεις.

Παράδειγμα:


$$\boxed{8} - \boxed{5} = \boxed{3}$$

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$$

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσες ήταν οι μάσκες στην αρχή;»

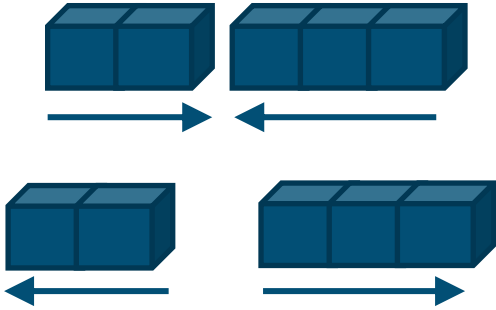
«Πόσες μάσκες διαγράφηκαν;»

«Πόσες είναι όλες οι μάσκες τώρα;»

Παράδειγμα 3.32: Δραστηριότητα για την αφαίρεση

3.4.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση ως αντίθετες πράξεις

Στη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης ως αντίθετες πράξεις χρησιμοποιούνται οι κύβοι unifix. Δίνεται στους μαθητές ένα σετ κύβων unifix, οι οποίοι χωρίζονται σε δύο μέρη, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.33. Η εκπαιδευτικός δείχνει στους μαθητές την κίνηση της ένωσης των δύο μερών και επισημαίνει τον όρο «πρόσθεση» και του διαχωρισμού τους, επισημαίνοντας τον όρο «αφαίρεση».



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Έχω 2 μπλε μολύβια. Αγόρασα ακόμα 3 μολύβια. Πόσα μολύβια έχω τώρα;»

«Είχα 5 μολύβια. Χάρισα 2 μολύβια στη φίλη μου. Πόσα μολύβια μου έμειναν;»

Παράδειγμα 3.33: Ένωση και διαχωρισμός κύβων για την αναπαράσταση της πρόσθεσης και αφαίρεσης

Κάθε φορά που η εκπαιδευτικός διηγείται μια ιστορία πρόσθεσης ή αφαίρεσης στους μαθητές, γράφει τις μαθηματικές προτάσεις. Για παράδειγμα:

«Έχω 2 μπλε μολύβια. Αγόρασα ακόμα 3 μολύβια. Πόσα μολύβια έχω τώρα;»

$$2 + 3 = 5$$

Η εκπαιδευτικός εισάγει το σύμβολο «-», αναφέροντας τον όρο «πλην», ενώ χρησιμοποιεί τη λέξη «αφαιρώ». Για παράδειγμα:





«Είχα 5 μολύβια. Χάρισα 2 μολύβια στη φίλη μου. Πόσα μολύβια μου έμειναν;»

$$5 - 2 = 3$$

«Από τα 5 μολύβια αφαιρούμε τα 2. Μένουν 3 μολύβια.»

$$5 \text{ πλην } 2 \text{ ίσον } 3$$


Οικογένειες πράξεων. Η δημιουργία οικογενειών πράξεων επιτρέπει τη σύνδεση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης (αντίθετες πράξεις). Έτσι, οι μαθητές υπολογίζουν τη διαφορά χωρίς να χρειάζεται να απομνημονεύσουν κάποια νέα γνώση. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να αναπαραστήσουν τις μαθηματικές προτάσεις ώστε να δημιουργήσουν μια οικογένεια αριθμών, όπως δείχνει στο Παράδειγμα 3.34.


	$4 + 2 = 6$
	$2 + 4 = 6$
	$6 - 2 = 4$
	$6 - 4 = 2$

Παράδειγμα 3.34: Δραστηριότητα για τις οικογένειες πράξεων


Εισαγωγή στην κατακόρυφη πρόσθεση και αφαίρεση. Ένας τρόπος για την παρουσίαση της κατακόρυφης πρόσθεσης και αφαίρεσης σε μαθηματικά προβλήματα φαίνεται στο Παράδειγμα 3.35. Δίνουμε την ευκαιρία στους μαθητές, με οπτικοποίηση του προβλήματος, να υπολογίζουν κατακόρυφα το άθροισμα ή τη διαφορά.

Να επιλύσεις τα προβλήματα, όπως το παράδειγμα.

Στην αρχή η Κατερίνα έφτιαξε  μπισκότα.

Μετά ετοίμασε ακόμα  μπισκότα.

Πόσα μπισκότα έφτιαξε
 τώρα η Κατερίνα; μπισκότα

Στην αρχή, ο Κώστας μάζεψε  λουλούδια.
 Μετά, έδωσε  λουλούδια.
 στην αδερφή του.

Πόσα λουλούδια του έμειναν; λουλούδια

Παράδειγμα 3.35: Εισαγωγή στην κατακόρυφη πρόσθεση και αφαίρεση

3.5 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ

3.5.1 Εισαγωγή

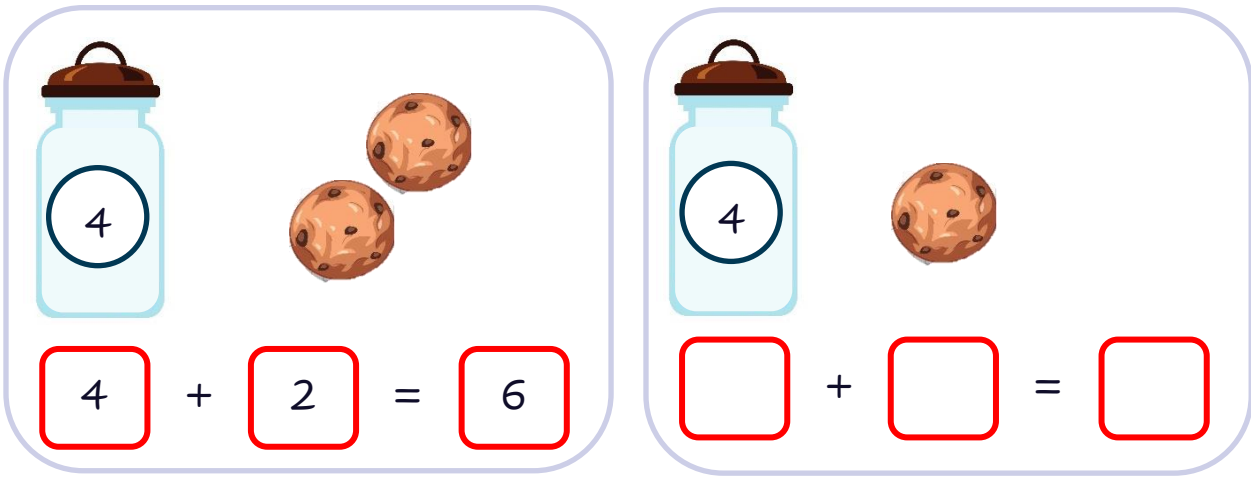
Για τη στήριξη των μαθητών που έχουν δυσκολίες στην απομνημόνευση, δίνεται έμφαση στην εννοιολογική κατανόηση και στην εκμάθηση στρατηγικών υπολογισμού, παρά στην απομνημόνευση. Συνεπώς, επιδιώκεται η διδασκαλία απλών τρόπων εκτέλεσης υπολογισμών πρόσθεσης, χωρίς απομνημόνευση. Πιο κάτω, παρουσιάζονται δύο στρατηγικές πρόσθεσης, η μέτρηση προς τα πάνω και η πρόσθεση χρησιμοποιώντας ζευγάρια αριθμών.

3.5.2 Μέτρηση προς τα πάνω

Η διδασκαλία αυτής της στρατηγικής επιτρέπει στους μαθητές να υπολογίζουν το άθροισμα, αρχίζοντας από τον μεγαλύτερο (συνήθως) προσθετέο. Αποτελεί μια στρατηγική με την οποία οι μαθητές με δυσκολίες επιλύουν ευκολότερα μαθηματικές προτάσεις. Γίνεται εισαγωγή της στρατηγικής με εποπτικά μέσα (π.χ μολύβια, σβηστήρια, κύβοι, κτλ), ώστε οι μαθητές να αντιληφθούν τη στρατηγική αυτή.

Αρχικά, παρουσιάζεται ένα κλειστό και αδιαφανές κουτί (Παράδειγμα 3.36) στο οποίο εξωτερικά υπάρχει γραμμένος ένας αριθμός. Έξω από το κλειστό κουτί τοποθετούμε αντικείμενα. Αρχίζοντας από τον αριθμό που είναι γραμμένος στο κουτί, η εκπαιδευτικός καλεί τους μαθητές να μετρήσουν προς τα πάνω, ανάλογα με τον αριθμό των αντικειμένων που βρίσκονται έξω από το δοχείο, ώστε να βρουν το σύνολό τους.

Να υπολογίσεις τα αθροίσματα.



The image shows two examples of counting objects to solve addition problems. The first example shows a jar with the number 4 and two cookies, with the equation $4 + 2 = 6$. The second example shows a jar with the number 4 and one cookie, with an empty equation box $\square + \square = \square$.

Παράδειγμα 3.36: Πρόσθεση αντικειμένων με τη στρατηγική της μέτρησης προς τα πάνω

Δίνονται στους μαθητές διάφορα παραδείγματα, μεταβαίνοντας από τη χρήση αντικειμένων στις εικονικές αναπαραστάσεις και έπειτα σε συμβολικές αναπαραστάσεις. Παρουσιάζονται στους μαθητές μαθηματικές προτάσεις πρόσθεσης με τον μικρότερο ποσοτικά προσθετέο να αναπαρίσταται εικονικά είτε με εικόνες είτε με κουκκίδες (Παράδειγμα 3.37). Η εκπαιδευτικός παρακινεί τους μαθητές να

αρχίσουν από τον πρώτο (ή μεγαλύτερο) προσθετέο και να μετρήσουν προς τα πάνω με βάση τις εικόνες, για να βρουν το άθροισμα.

Να υπολογίσεις τα αθροίσματα.

Παράδειγμα:

$$5 + 2 = \square$$

$$4 + 3 = \square$$

$$2 + 5 = \square$$

$$1 + 6 = \square$$

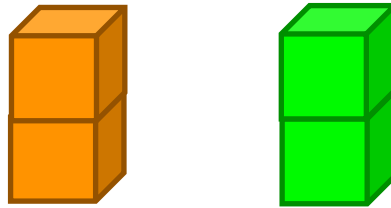
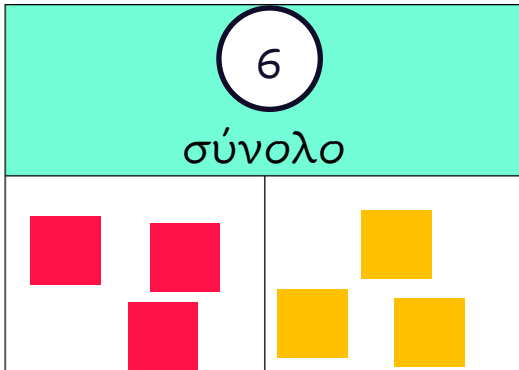
$$3 + 3 = \square$$

Παράδειγμα 3.37: Δραστηριότητα πρόσθεσης με μέτρηση προς τα πάνω

3.5.3 Επανάληψη αριθμών

Μια εύκολη στρατηγική πρόσθεσης είναι οι μαθητές να εξασκηθούν στον υπολογισμό αθροίσματος, όταν οι προσθετέοι είναι οι ίδιοι, όπως για παράδειγμα το $2 + 2 = 4$. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να βρουν τα ζευγάρια αριθμών ώστε το άθροισμα να είναι ζυγός αριθμός, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.38.

Να σχεδιάσεις και να γράψεις τους αριθμούς που λείπουν.



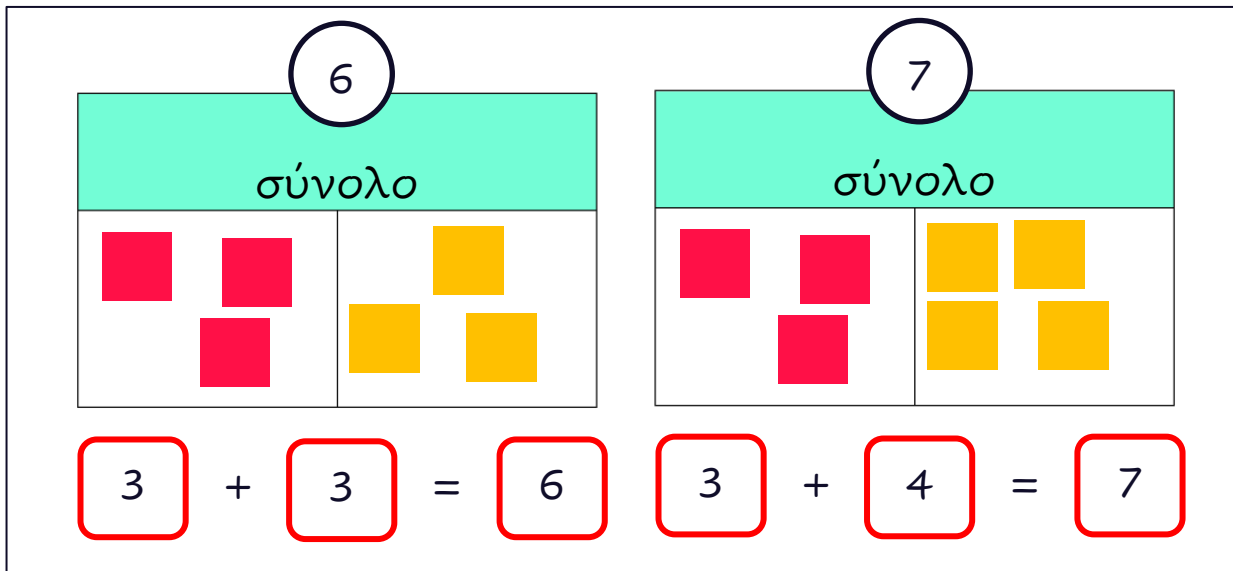
Το _____ και το _____ έχει άθροισμα 4.

$$\square + \square = \square 6$$

$$\square + \square = \square$$

Παράδειγμα 3.38: Υπολογισμός αθροισμάτων με επανάληψη ίδιων προσθετέων

Αργότερα οι μαθητές εξασκούνται σε δραστηριότητες υπολογισμού αθροισμάτων, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.39. Για τον υπολογισμό του $3+4$, οι μαθητές ενθαρρύνονται να υπολογίσουν πρώτα το άθροισμα $3+3$ και στη συνέχεια να προσθέσουν ακόμα μία μονάδα.



Παράδειγμα 3.39: Υπολογισμός αθροισμάτων με τη χρήση των διπλών αριθμών

3.6 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.6.1 Εισαγωγή

Η διδασκαλία για την επίλυση προβλήματος αρχίζει με απλές μαθηματικές ιστορίες πρόσθεσης που αφορούν είτε ομαδοποίηση είτε αλλαγή. Τα προβλήματα ομαδοποίησης και αλλαγής είναι είτε πρόσθεσης είτε αφαίρεσης, ανάλογα με την ιστορία του προβλήματος. Πιο κάτω, αναλύεται ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών ιστοριών πρόσθεσης και αφαίρεσης, καθώς επίσης, τα χαρακτηριστικά που προτείνεται να έχουν τα μαθηματικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης ώστε να γίνονται κατανοητά από τους μαθητές.

3.6.2 Προβλήματα ομαδοποίησης και αλλαγής

Για τις μαθηματικές ιστορίες ομαδοποίησης, παρουσιάζονται στους μαθητές απλές ιστορίες οι οποίες σταδιακά μεταφράζονται σε μαθηματικές προτάσεις πρόσθεσης. Οι μαθητές καλούνται να

απαντήσουν σε σύντομες ερωτήσεις, που αναφέρονται σε εικονικές αναπαραστάσεις που σχετίζονται με τη μαθηματική πρόταση, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.40.

$$\boxed{1} + \boxed{4} = \boxed{5}$$



Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσα ζώα βρίσκονται έξω από τον ποταμό;»

«Πόσα ζώα βρίσκονται μέσα στον ποταμό;»

«Πόσα είναι όλα τα ζώα»

Παράδειγμα 3.40: Μαθηματική ιστορία πρόσθεσης- ομαδοποίηση

Για τις ιστορίες πρόσθεσης που αφορούν αλλαγή δίνεται έμφαση στις λέξεις «στην αρχή», «μετά», «στο τέλος». Η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί τις λέξεις αυτές, για να τονίσει την αλλαγή που επιδέχεται μια κατάσταση, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 3.41.



Στην αρχή



Μετά



Στο τέλος

$$1 + 2 = 3$$

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

«Πόσα παιδιά υπήρχαν στο λεωφορείο στην αρχή;»

«Πόσα παιδιά ανέβηκαν μετά;»

«Πόσα είναι όλα τα παιδιά στο λεωφορείο;»

Παράδειγμα 3.41: Μαθηματική ιστορία πρόσθεσης- αλλαγή

Οι μαθηματικές ιστορίες αφαίρεσης αφορούν αλλαγή μιας κατάστασης. Παρόμοια, όπως στις μαθηματικές ιστορίες πρόσθεσης, η εκπαιδευτικός τονίζει στους μαθητές τις λέξεις «στην αρχή», «μετά» και «στο τέλος». Σταδιακά οι μαθητές ενθαρρύνονται να γράψουν μαθηματικές προτάσεις αφαίρεσης, όπως δείχνει το Παράδειγμα 3.42.

Να συμπληρώσεις τις μαθηματικές προτάσεις.



Στην αρχή



Μετά



Στο τέλος

$$\boxed{6} - \boxed{4} = \boxed{2}$$

Ενδεικτικές ερωτήσεις:










«Πόσα μήλα ήταν στην μηλιά στην αρχή;»

«Πόσα μήλα έκοψε ο Γιάννης μετά;»

«Πόσα μήλα έμειναν στο τέλος;»

Παράδειγμα 3.42: Μαθηματική ιστορία αφαίρεσης- αλλαγή

Το Παράδειγμα 3.43 δείχνει μια δραστηριότητα για την πρόσθεση και αφαίρεση ως αντίθετες πράξεις. Οι μαθητές καλούνται να συνδέσουν τη μαθηματική ιστορία που αναπαρίσταται σε εικόνες με τη συμβολική της μορφή, κάνοντας αντιστοίχιση.

 Στην αρχή	 Μετά	 Τώρα	$2 + 3 = 5$
 Στην αρχή	 Μετά	 Τώρα	$4 - 1 = 3$
 Στην αρχή	 Μετά	 Τώρα	$3 + 2 = 5$

Παράδειγμα 3.43: Δραστηριότητα για την πρόσθεση και αφαίρεση

3.6.3 Χαρακτηριστικά προβλήματος

Για την ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης μαθηματικού προβλήματος, δίνεται έμφαση σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, ώστε να ανταποκρίνονται στις ανάγκες των μαθητών με δυσκολίες. Τα προβλήματα συνήθως είναι:

(α) Προβλήματα που μπορούν να αναπαρασταθούν με μια απλή μαθηματική πρόταση, όπως $7 + 2 =$:

(β) Προβλήματα με Εικονικές αναπαραστάσεις:

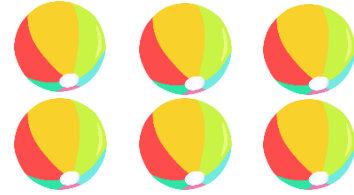
Οι εικόνες στα προβλήματα δεν έχουν διακοσμητικό ρόλο. Οι μαθητές με βάση τις εικόνες είναι σε θέση να επιλύσουν το πρόβλημα, συνδέοντας τη λεκτική περιγραφή του προβλήματος με εικόνες

(γ) Τα προβλήματα εκφράζονται με απλό λεξιλόγιο:

Είναι σημαντικό, τα προβλήματα να είναι σύντομα με απλές προτάσεις και λεξιλόγιο

Το Παραδείγματα 3.44 και 3.45 δείχνουν μαθηματικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης με βάση τα χαρακτηριστικά που περιγράφονται πιο πάνω.

Στην αρχή η Άννα είχε **6 μπάλες**. Μετά έδωσε στη φίλη της, Λένα, **2 μπάλες**. Πόσες μπάλες έμειναν τώρα στην Άννα;



$4 + 2 = \square$

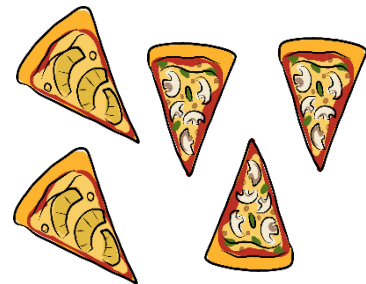
$6 - 2 = \square$

$8 - 2 = \square$

$6 + 2 = \square$

Απάντηση: _____

Η Άννα έφαγε 2 κομμάτια πίτσα με ανανά και 3 κομμάτια πίτσα με μανιτάρια. Πόσα κομμάτια πίτσα έφαγε η Άννα;

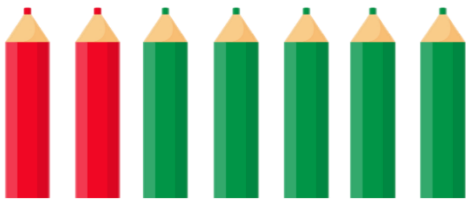


Μαθηματική πρόταση:

Απάντηση: _____

Παράδειγμα 3.44: Μαθηματικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης

Η Ελένη στην αρχή είχε ___ μολύβια. Μετά αγόρασε ακόμα ___ μολύβια. Πόσα μολύβια έχει τώρα;



5

7

2

Παράδειγμα 3.45: Μαθηματικό πρόβλημα αφαίρεσης

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 324-332.
- Louie, J., Brodesky, A., Brett, J., Yang, L. M., & Tan, Y. (2008). Math Education Practices for Students with Disabilities and Other Struggling Learners: Case Studies of Six Schools in Two Northeast and Islands Region States. Issues & Answers. REL 2008-No. 053. *Regional Educational Laboratory Northeast & Islands*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Swanson, H. L., Harris, K. R., & Graham, S. (Eds.). (2013). Handbook of learning disabilities. Guilford press.